

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

INSTITUT FÜR PHYSIK
GRUNDPRAKTIKUM



PRAKTIKUM
PHYSIK

FÜR
MEDIZIN- UND ZAHNMEDIZINSTUDENTEN
MIT SCHWERPUNKTEN DER
MEDIZINISCHEN PHYSIK UND BIOPHYSIK

16. AUFLAGE (2009)

Vorwort

Die Praktika "Physik für Mediziner" und "Physik für Zahnmediziner" sind im Sinne der Approbationsordnung für Ärzte bzw. Zahnärzte nachweispflichtige Veranstaltungen, deren regelmäßiger und erfolgreicher Besuch bei der Meldung zum 1. Abschnitt der ärztlichen Prüfung bzw. zur naturwissenschaftlichen Vorprüfung für Zahnärzte nachgewiesen werden muss. Erst der erfolgreiche Abschluss gestattet gemäß Studienordnung der Medizinischen Fakultät der Martin-Luther-Universität die Aufnahme des physiologischen Praktikums.

Medizinstudent(inn)en müssen nach Einschreibung zum Praktikum innerhalb des laufenden Semesters 10 Experimente erfolgreich durchführen und eine zweiteilige mc-Klausur schreiben. Student(inn)en der Zahnmedizin absolvieren 12 Experimente und zwei mündliche Testate. Das Praktikum kann laut Studienordnung als Ganzes einmal wiederholt werden.

Das Praktikum für Mediziner ist in zwei Abschnitte geteilt: In der 1. Hälfte werden 5 Experimente zur Mechanik und Wärmelehre durchgeführt und die Teilklausur zu diesen Themen geschrieben. In der 2. Hälfte sind 5 Experimente zu den Themen Elektrizitätslehre, Optik und Strahlung durchzuführen, hierzu wird die zweite Teilklausur geschrieben.

Die Themen der Versuche sind so ausgewählt, dass neben den Grundlagen der medizinischen Physik (z.B. Versuche zur Widerstandsmessung oder der Erfassung der Elastizität von Geweben) auch Grundkenntnisse der modernen bildgebenden Verfahren der Medizin (z.B. Ultraschall-B-Bild, Röntgen) sowie ein Einführungsversuch in die Biophysik (passive Potentiale an semipermeablen Membranen) über das Praktikum vermittelt werden.

Die Vorlesung „Physik für Mediziner“ bzw. „Physik für Zahnmediziner“ vermittelt physikalische Grundlagen und zeigt anhand ausgewählter typischer Beispiele die Umsetzung physikalischer Prinzipien in die praktische medizinische Anwendung. Neben der Vorlesung wird zusätzlich ein Seminar zu spezifischen Themen des Praktikums fakultativ angeboten. In diesem Seminar werden Probleme der Fehlerrechnung besprochen, Fragen zu Vorlesung und Praktikum beantwortet, Anwendungen der Physik in der Medizin diskutiert und Aufgaben zur Vorbereitung der Klausur besprochen.

In den einführenden Kapiteln dieses Heftes finden Sie alle organisatorischen und praktischen Hinweise zur Vorbereitung, Durchführung, Protokollierung und Auswertung der Versuche. Im Hauptteil stehen die Versuchsanleitungen mit einer Darstellung der physikalischen Grundlagen, die Sie zum Versuch mindestens kennen müssen. Am Ende jeder Versuchsanleitung stehen Hinweise auf geeignete Lehrbücher zum Thema und einige Fragen, die der Selbstkontrolle Ihres Wissens dienen sollen. Als Hilfe zur Prüfungsvorbereitung sind wichtige Schlagworte des Gegenstandskataloges im Text unterstrichen.

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Institut für Physik
Physikalisches Grundpraktikum



Alle Informationen im Netz: <http://www.physik.uni-halle.de/Lehre/Grundpraktikum>

Herausgeber:

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Institut für Physik, Grundpraktikum
Tel.: 0345 55-25551, -25550
Fax.: 0345 55-27300
Mail: praktikum@physik.uni-halle.de

Autoren:

A. Christ, U. Cobet (†), K.-H. Felgner, W. Fränzel, K.-V. Jenderka, A. Klemenz, J. Leschhorn, P. Pohl, M. Stölzer

Praktikumsleiter: Dr. Mathias Stölzer

Inhaltsverzeichnis

ALLGEMEINE EINFÜHRUNG

Laborordnung für das Praktikum	1
Hinweise zum Ablauf des Praktikums	2
Richtlinien für die Protokollführung	4
Fehlerrechnung und Statistik	5

MECHANIK

M 2 Dichtebestimmung	10
M 4 Oberflächenspannung von Flüssigkeiten	13
M 13 Dehnung	17
M 14 Viskosität	20
M 19 Ultraschall-Abbildungsverfahren	22

WÄRMELEHRE

W 1 Lineare Ausdehnung	27
W 6 Spezifische Wärme von Metallen	28
W 12 Luftfeuchtigkeit	31
W 17 Spezifische Wärme von Flüssigkeiten	35
W 25 Diffusion	36
W 27 Donnanpotential	40

ELEKTRIZITÄTSLEHRE

E 7 Innenwiderstand von Gleichspannungsquellen	45
E 8 Leitfähigkeit von Elektrolyten	48
E 22 RC-Glied	52
E 23 Verstärker	56
E 39 Messwerterfassung mit Computer (EKG)	60

OPTIK UND STRAHLUNG

O 4 Mikroskop	63
O 10 Polarimeter und Refraktometer	72
O 16 Radioaktivität	76
O 20 Spektralphotometer	79
O 22 Röntgenverfahren	83

ANHANG

Kurzanleitung zur Software ORIGIN	89
Hinweise zur Bedienung von Cassy-S	91
Naturkonstanten	94

Laborordnung für das Praktikum

Allgemeines Verhalten

1 Die Praktikanten haben sich in den Praktikumsräumen so zu verhalten, dass Personen nicht gefährdet sowie Einrichtungen, Geräte und Versuchsaufbauten nicht beschädigt werden.

2 Die von den betreuenden Assistenten, vom Praktikumpersonal sowie die in den Versuchsanleitungen gegebenen Hinweise zur Handhabung der Geräte und Versuchsanordnungen sind unbedingt zu beachten.

3 Auftretende Störungen und Unregelmäßigkeiten bei der Durchführung der Versuche, Beschädigungen und Funktionsstörungen an Geräten und Einrichtungen sowie Unfälle sind sofort zu melden. Es ist nicht zulässig, Geräte selbst zu reparieren!

4 Für fahrlässig verursachte Schäden an Geräten und Arbeitsmaterialien können die Praktikanten zur Verantwortung gezogen werden.

5 Den Praktikanten steht jeweils nur die am Arbeitsplatz befindliche Ausrüstung zur Verfügung. Es ist nicht gestattet, Geräte von fremden Arbeitsplätzen zu benutzen.

6 Zur Auswertung von Messergebnissen kann jeder freie Computer genutzt werden. Dazu haben sich die Praktikanten mit der Versuchsbezeichnung anzumelden und bei Beendigung der Arbeit wieder abzumelden.

7 Nach Beendigung des Versuches ist der Arbeitsplatz aufgeräumt und sauber zu verlassen.

8 Essen und Trinken ist in den Praktikumsräumen nicht erlaubt. Rauchen ist im gesamten Praktikum (auch im Flur vor den Praktikumsräumen) untersagt.

9 Die Benutzung von Handys ist in den Praktikumsräumen untersagt!

10 Das Praktikum beginnt pünktlich zu der im Stundenplan angegebenen Zeit. Mehr als 15 Minuten nach Praktikumsbeginn können keine Versuche mehr begonnen werden.

11 Für einen erfolgreichen Abschluss müssen Sie alle Praktikumstermine wahrnehmen. In sehr dringenden Fällen sowie bei Krankheit können mit dem Praktikumpersonal Ersatztermine innerhalb der regulären Zeiten des Physikpraktikums für Mediziner und Zahnmediziner vereinbart werden.

Arbeiten mit elektrischen Schaltungen

12 Der Auf- und Abbau elektrischer Schaltungen hat stets im spannungslosen Zustand zu erfolgen (Stromversorgungsgeräte aus, Batterien und Steckernetzteile nicht angeschlossen). Die Schaltungen sind übersichtlich aufzubauen.

13 Bei elektrischen Messgeräten ist auf die richtige Polung, auf die Einstellung des richtigen Messbereiches und die Verwendung der richtigen Messeingänge zu achten. (Überlastungsgefahr!)

14 Elektrische Schaltungen müssen vor der Inbetriebnahme vom zuständigen Assistenten überprüft werden!

15 Unter Spannung stehende Anlagen müssen ständig überwacht werden.

16 Spannungsführende Teile dürfen nicht berührt werden. Gefährliche Spannungen ($> 42 \text{ V}$) sind in jedem Fall durch Schutzvorrichtungen vor Berührung gesichert. Es ist untersagt, solche Schutzvorrichtungen außer Betrieb zu setzen!

17 Bei Unfällen ist die Spannung sofort abzuschalten (Notausschalter: gelb-rote Tastschalter in jedem Raum). Der Unfall muss unverzüglich gemeldet werden.

Arbeiten mit Chemikalien

18 Bei der Arbeit mit Chemikalien ist auf Sauberkeit zu achten. Verwenden Sie Trichter zum Umfüllen und Fließpapierunterlagen beim Abwiegen von Chemikalien!

19 Mit dem Versuchszubehör ausgegebene Arbeitsschutzmittel (z. B. Schutzbrille) müssen getragen werden!

20 Bei Unfällen oder beim Verschütten gefährlicher Substanzen (z. B. Quecksilber) muss sofort ein Assistent verständigt werden! Es sind keine eigenständigen Beseitigungsversuche zu unternehmen!

21 Alle Chemikalien befinden sich in Gefäßen mit eindeutiger Kennzeichnung des Inhaltes. Dies ist besonders zu beachten, wenn Chemikalien nach der Verwendung in die Aufbewahrungsgefäße zurückgegossen werden müssen.

22 Nach Beendigung des Versuches sind alle verwendeten Gefäße (außer Vorratsgefäßen) sorgfältig auszuspülen.

Arbeiten mit radioaktiven Präparaten

23 Die radioaktive Präparate zum Versuch „Radioaktivität“ (74 kBq Co-60) sind für Schülerversuche bauartzugelassen. Die Strahlenbelastung während eines Versuches ist 100...1000 mal geringer als bei einer Röntgenaufnahme.

24 Vermeiden Sie trotzdem jede unnötige Bestrahlung. Abstand ist der beste Strahlenschutz! Halten Sie radioaktive Präparate nicht unnötig in der Hand. Halten Sie während der Messung einen Abstand von 0,5 m zum Präparat ein.

25 Es ist untersagt, die Präparate aus ihren Acrylglasschalen zu entfernen.

Brandschutz

25 Bunsenbrenner und elektrische Heizgeräte sind so aufzustellen, dass sich keine benachbarten Gegenstände entzünden können. Offene Flammen und eingeschaltete Heizgeräte müssen ständig beaufsichtigt werden!

26 Abgebrannte Streichhölzer gehören nicht in Papierkörbe! Noch glimmende Streichhölzer dürfen nicht weggeworfen werden.

27 Vorsicht beim Umgang mit brennbaren Flüssigkeiten (z. B. Ethanol)! Sie sind von offenen Flammen fernzuhalten.

28 Wird ein Brand bemerkt, so ist dies sofort zu melden und es sind nach Möglichkeit Löschmaßnahmen einzuleiten.

29 Jeder Praktikant hat sich über die Lage und Funktionsweise der Handfeuerlöcher sowie über die vorhandenen Fluchtwege zu informieren.

Hinweise zum Ablauf des Praktikums

1 Vorbereitung

Das Versuchsthema ist der Praktikums-Homepage im Internet oder dem Aushang im Praktikum (nur am vorherigen Praktikumstag) zu entnehmen.

Zu Hause werden die physikalischen Grundlagen zum Versuch studiert (Literaturangaben am Ende jeder Versuchsanleitung) und das

Protokoll vorbereitet (siehe auch „Richtlinien für die Protokollführung“).

2 Versuchsausgabe

Das benötigte Zubehör wird an der Ausgabe gegen Hinterlegung eines Studentenausweises pro Versuchsgruppe abgeholt.

3 Kontrolle der Versuchsvorbereitung

Vor Versuchsbeginn erfolgt die Kontrolle der Protokollvorbereitung und ein kurzes mündliches Antestat beim zuständigen Assistenten. Bei ungenügender Vorbereitung darf der Versuch nicht durchgeführt werden und muss zu einem späteren Termin innerhalb der Vorlesungszeit des laufenden Semesters nachgeholt werden. Hierzu ist ein Termin zu vereinbaren!

4 Versuchsdurchführung

Die Versuche werden in der Regel von Zweiergruppen durchgeführt. Dreiergruppen sind nicht zulässig. Jeder Student führt ein eigenes Protokoll.

Aufbau des Versuches.

Elektrische Schaltungen müssen vor Inbetriebnahme vom zuständigen Assistenten überprüft werden!

Durchführung der Messungen und Protokollführung (siehe „Richtlinien zur Protokollführung“).

Kontrolle der Messwerte und Kurzunterschrift des Assistenten am Tage der Versuchsdurchführung (falls die Auswertung nicht am gleichen Tag abgeschlossen wird).

5 Versuchsauswertung

Die Versuchsauswertung wird, wenn möglich, während der Praktikumszeit durchgeführt bzw. begonnen. Sie ist bis zum nächsten Praktikumstermin fertigzustellen.

Hinweise zur Auswertung geben die „Richtlinien zur Protokollführung“.

Es werden Taschenrechner, Lineal, evtl. Kurvenlineal und Millimeterpapier benötigt. Computer können eingesetzt werden und stehen im Praktikum zur Verfügung. Millimeterpapier und zu manchen Versuchen erforderliche Spezialpapiere können im Praktikum erworben werden.

6 Kontrolle der Versuchsauswertung

Die Bestätigung der erfolgreichen Versuchsdurchführung incl. Auswertung erfolgt durch die Eintragung von Datum und Langunterschrift des betreuenden Assistenten in das Protokollheft (in der Regel zum nächsten Praktikumstermin).

Liegt die Auswertung nicht spätestens am übernächsten Praktikumstermin vor, so gilt der Versuch als nicht bestanden.

7 Versuchsabgabe

Abgabe des Versuchszubehörs und Vorlage der Lang- oder Kurzunterschrift an der Abgabe.

8 Fehlversuche

Zum Nachholen versäumter oder nicht bestandener Versuche werden jedem Studierenden zwei zusätzliche Praktikumstermine garantiert. (ein „Nachhol-Termin“ für alle am Semesterende, weitere Termine nach Möglichkeit im laufenden Semester) In jedem Fall müssen Sie den Termin an der Versuchsausgabe vereinbaren, damit sichergestellt ist, dass der Arbeitsplatz frei ist! Zu einem Praktikumstermin kann jeweils nur ein Versuch durchgeführt werden.

Studenten, die mit mehr als zwei Versuchen in Verzug sind, können das Praktikum in diesem Semester nicht beenden und erhalten keinen Schein.

9 Leistungskontrollen

Das Bestehen eines kurzen Antestates zu Beginn des Praktikums (siehe oben) ist Voraussetzung für die Zulassung zum Versuch.

Mediziner schreiben im laufenden Semester je eine mc-Teilklausur zu Mechanik/Wärmelehre sowie Elektrik/Optik/Strahlung.

Die Bewertung erfolgt nach einem Punktesystem: In den beiden Teilklausuren können

jeweils maximal 6 Punkte erreicht werden. Zum erfolgreichen Abschluss sind insgesamt 8 Punkte erforderlich.

Die Klausur kann entsprechend der Studienordnung zwei mal wiederholt werden. Die Wiederholungen finden in Form einer mündlichen Leistungskontrolle für alle Themen gemeinsam in der Semesterpause statt.

Zahnmediziner müssen zwei mündliche Leistungskontrollen ("Testate") zu den Themen Mechanik/Wärmelehre und Elektrik/Optik/Strahlung bestehen. Die Testate können zweimal wiederholt werden, wobei die Wiederholung für beide Testate gemein-

sam in der Semesterpause stattfindet.

10 Abschluss des Praktikums

Die regelmäßige (10 bzw. 12 Versuche mit Langunterschrift) und erfolgreiche (bestandene Klausur bzw. Testate oder bestandene Wiederholung) Teilnahme am Praktikum wird bescheinigt.

Gemäß Studienordnung der Medizinischen Fakultät kann das Praktikum einmal als Ganzes wiederholt werden.

Richtlinien für die Protokollführung

Allgemeines

1 Jeder Student führt während des Versuches und unmittelbar ein Protokoll. Das Protokoll enthält

- die Versuchsvorbereitung,
- das Messprotokoll (alle Messwerte und Beobachtungen in chronologischer Reihenfolge),
- die Auswertung.

2 Das Protokoll wird handschriftlich mit nicht löschbarem Stift geführt. Bleistift ist nur für Diagramme und Skizzen zulässig. Fehlmessungen werden mit Angabe des Grundes durchgestrichen und dürfen nicht unlesbar gemacht werden. Fehler sind Teil der Arbeit, das Ausradieren oder Löschen von Messdaten ist schlechter wissenschaftlicher Stil!

3 Alle Protokolle des Praktikums sind in einem gebundenen Heft der Größe A4 oder in einem Schnellhefter zu führen. und zu jeder Veranstaltung mitzubringen.

4 Lose Blätter (auch Computerausdrucke) sind mit Name und Datum zu beschriften und in das Protokoll einzufügen.

Vorbereitung zu Hause

5 Jedes Protokoll muss einleitend enthalten:

- Datum,
- Versuchsbezeichnung und Aufgabenstellung (wörtlich),
- kurze Beschreibung des Versuches mit geplanter Durchführung (z. B. Schaltskizze) und vorgesehener Auswertung einschließlich der dafür benötigten Formeln,
- vorbereitete Urlisten (Tabellen) für die Aufnahme der Rohmessdaten.

Dieser Teil des Protokolls ist Bestandteil der Versuchsvorbereitung und wird vor Versuchsbeginn vom Assistenten kontrolliert.

Protokollführung während des Versuches

6 Es werden alle Versuchsgeräte registriert (Versuchsaufbau).

7 Das Protokoll soll übersichtlich und gut lesbar sein, z.B durch eine klare Gliederung mit Zwischenüberschriften ("Messwerte zu Aufgabe 1" oder ähnlich).

8 Alle physikalischen Größen sind vollständig mit Zahlenwert und Einheit anzuge-

ben. Tabellen müssen eine Überschrift oder Legende besitzen, die Spalten sind mit physikalischer Größe und Einheit zu beschriften.

9 Es werden grundsätzlich alle Messdaten vor jeglicher rechnerischer Aufbereitung protokolliert (Urlisten).

10 Das Messprotokoll ist dann vollständig, wenn nur mit seiner Hilfe auch eine Person, die den Versuch nicht selbst durchgeführt hat, die vollständige Auswertung des Versuches vornehmen kann!

11 Wenn die Auswertung nicht während der Praktikumszeit erfolgt, muss das Messprotokoll (jedes einzelne Blatt!) vom Assistenten mit Datum und Kurzunterschrift abgezeichnet werden.

Zur Auswertung

12 Alle Rechnungen müssen anhand der Formeln und der Messdaten im Protokoll nachvollziehbar sein.

13 Diagramme werden auf Millimeterpapier mit Lineal bzw. Kurvenlineal gezeichnet oder

mit dem Computer erstellt. Es sind geeignete übersichtliche Maßstäbe zu wählen und die Achsen sind mit Größe und Einheit zu beschriften. In der Regel ist eine Legende erforderlich.

14 Zu jedem Versuch gehört eine Fehlerdiskussion. Fehler (geschätzt oder mit statistischen Mitteln berechnet) sind immer quantitativ anzugeben; bei manchen Versuchen wird eine Fehlerrechnung gefordert. (Details im Kapitel "Fehlerrechnung")

15 Die Versuchsergebnisse werden in einem verbalen Ergebnissatz zusammengefasst, eingeschätzt (z. B. bezüglich ihrer Messgenauigkeit) und, wenn möglich, mit Literaturwerten verglichen.

16 Das komplette Protokoll wird in der Regel (siehe „Hinweise zum Ablauf des Praktikums“) am nächsten Praktikumstag dem verantwortlichen Assistenten vorgelegt, von diesem durchgesehen und bewertet. Durch das Datum und die Langunterschrift wird der erfolgreiche Versuchsabschluss bescheinigt.

Fehlerrechnung und Statistik

Jede Messung einer physikalischen Größe ist mit mehr oder weniger großen Messfehlern behaftet. Misst man eine Größe mehrmals, so weichen die Ergebnisse im Allgemeinen sowohl voneinander als auch vom zu bestimmenden „wahren Wert“ ab. Ziel der Fehlerrechnung ist das Ermitteln des besten Schätzwertes für den wahren Wert (Messergebnis) und für die Größe der Abweichung (Messunsicherheit).

1 Begriffsbestimmungen

Messgröße:

Die zu messende physikalische Größe, z. B. Spannung U , Strom I , Masse m

Messwert:

Der gemessene Wert einschließlich Einheit, z. B. $U = 220 \text{ V}$, $I = 2 \text{ A}$, $m = 2 \text{ kg}$

Messergebnis:

Das aus mehreren Messwerten berechnete Ergebnis, z. B. $P = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 440 \text{ W}$

Messabweichung (früher Fehler genannt):

Differenz zwischen Messwert (oder einem aus mehreren Messungen gewonnenen Wert) und wahren Wert. Man unterscheidet zufällige und systematische Messabweichungen. Die Messabweichung ist im Allgemeinen nicht genau bekannt, weil der wahre Wert nicht genau bekannt ist.

Zufällige oder statistische Messabweichungen (Fehler):

Sie treten unregelmäßig auf; sie schwanken in der Größe und im Vorzeichen. Hervorgerufen werden sie z. B. durch nicht beeinflussbare unsystematische Änderungen der Versuchs- und Umgebungsbedingungen sowie durch Unvollkommenheiten beim subjektiven Erfassen von Messwerten durch den Praktikanten. Durch mehrfaches Messen und Bildung des arithmetischen Mittelwertes kann der Einfluss zufälliger Messabweichungen minimiert werden.

Systematische Messabweichungen (Fehler):

Sie beeinflussen bei gleichen Versuchsbedingungen die Messung in der gleichen Weise. Hervorgerufen werden sie z. B. durch Unvollkommenheiten der Messgeräte, der Maßverkörperungen und der Messverfahren sowie durch systematische Änderungen der Versuchsbedingungen. Sie setzen sich aus einem bekannten und einem unbekanntem Anteil zusammen. Das Messergebnis ist um bekannte systematische Messabweichungen zu korrigieren.

Messunsicherheit:

Schätzung der Messabweichung. Gibt einen Bereich (Intervall) an, in dem der „wahre“ Wert einer Messgröße oder eines Messergebnisses mit hoher Wahrscheinlichkeit liegt. Sie wird auf der Grundlage von Messwerten (m. H. statistischer Methoden) und vorliegender Kenntnisse zu systematischen Messabweichungen geschätzt.

Beispiel (für den Messwert $U = 220 \text{ V}$):

$\Delta U = 2,4 \text{ V}$ (**absolute Messunsicherheit**), $\Delta U/U = 1,1\%$ (**relative Messunsicherheit**)

Der wahre Wert liegt mit großer Wahrscheinlichkeit im Intervall $(U - \Delta U, U + \Delta U)$.

Vollständiges Messergebnis

Messergebnis mit Messunsicherheit; z.B.

$$U = 220,0 \text{ V} \pm 2,4 \text{ V}$$

$$U = (220,0 \pm 2,4) \text{ V}$$

$$U = 220,0 \text{ V} \text{ und } \Delta U/U = 1,1 \%$$

2 Ermittlung von Messunsicherheiten**2.1 Berechnung von Messunsicherheiten bei zufälligen Fehlern**

Eine Messgröße x werde n mal gemessen; die einzelnen Messwerte x_i ($i = 1 \dots n$) streuen um einen Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1)$$

Wenn bei dieser Messreihe nur zufällige (statistische) Fehler auftreten, so ist die Verteilung der Messwerte eine Normalverteilung (Gaußverteilung). Die graphische Darstellung einer solchen Verteilung ergibt die sogenannte „Glockenkurve“.

Als Maß für die Streuung der Messwerte wird die Standardabweichung s eingeführt:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (2)$$

Für die Gaußverteilung ergibt sich, dass 68,3 % der Messwerte im Intervall $\bar{x} \pm s$ liegen, d. h. die Wahrscheinlichkeit, einen Messwert in diesem Intervall anzutreffen, beträgt 68,3 %.

Im Intervall $\bar{x} \pm 2s$ liegen 95,5 % und im Intervall $\bar{x} \pm 3s$ 99,7 % aller Messwerte.

Werden von der Messgröße weitere Messreihen vom Umfang n aufgestellt, so sind die dazugehörigen Mittelwerte ebenfalls normalverteilt; die Standardabweichung s' für die Streuung der Mittelwerte ist dann:

$$s' = \frac{s}{\sqrt{n}}. \quad (3)$$

Wenn das Messergebnis der Mittelwert \bar{x} einer Messreihe mit $n \geq 10$ Messwerten x_i ist und dabei die systematischen Fehler gegenüber den zufälligen Fehlern vernachlässigt

werden können, so wird als Messunsicherheit Δx die Standardabweichung s' für den Mittelwert \bar{x} gewählt:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}. \quad (4)$$

Ist die Messung eine Zählung zufälliger Ereignisse (z. B. radioaktiver Zerfallsereignisse), $x = N$, so beträgt die Messunsicherheit (bei Vernachlässigung systematischer Fehler) $\Delta x = \sqrt{N}$ (siehe Versuch O16).

2.2 Die Garantiefehlergrenze als Messunsicherheit

Die Hersteller von Messgeräten geben in der Regel Garantiefehlergrenzen an (Beispiele: 1,5 % vom Messbereich; 0,1 % vom Messwert + 2 Digit). Auf manchen Geräten ist die "Genauigkeitsklasse" angegeben. Das ist die maximale Messabweichung in % vom Endwert des Messbereichs bzw. vom Wert der Maßverkörperung. Bei einer Genauigkeitsklasse von 1,5 und einem Messbereich von 30V beträgt die Garantiefehlergrenze $\Delta U = (1,5 \% \text{ von } 30 \text{ V}) = 0,45 \text{ V}$.

2.3 Angabe einer geschätzten oberen Fehlergrenze als Messunsicherheit

Liegen keine Angaben vor, so ist die Messunsicherheit zu schätzen:

- Faustregel beim Ablesen von Skalen: $\Delta x = (0,5 \dots 1)$ Skalenteil
- Längenmessungen mit einem Messschieber (Noniusablesung): $\Delta l = 0,1 \text{ mm}$
- Messung einer Schwingungsdauer T anhand von 20 Schwingungen: $\Delta(20T) = 0,2 \text{ s}$. Für ΔT ergibt sich dann $\Delta T = 0,01 \text{ s}$.
- Die Messunsicherheit bei digital anzeigenden Messgeräten beträgt mindestens 1 Digit (Digitalisierungsfehler), ist aber meist größer.

3 Anpassung einer Funktion an eine Messreihe (Regression)

3.1 Lineare Regression

Häufig besteht zwischen verschiedenen Messgrößen x und y ein linearer Zusammenhang

$$y = a + b \cdot x \quad (5)$$

oder es wird ein solcher Zusammenhang vermutet.

Beispiel:

Bei der thermischen Ausdehnung von Metallen gilt für die Länge $l = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$, α ist der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient, l_0 die Länge bei der Temperaturdifferenz $\Delta T=0$ (siehe Versuch W1).

Die eigentliche Messaufgabe besteht in der Bestimmung der (konstanten) Parameter a und b . Grundsätzlich können a und b durch Messung von zwei Wertepaaren (x, y) bestimmt werden. Meist wird jedoch eine ganze Messreihe mit n Wertepaaren (x_i, y_i) ($i = 1 \dots n$) aufgenommen, um zunächst den linearen Zusammenhang nachzuweisen, ehe a und b ermittelt werden.

Werden die Messwerte graphisch dargestellt, so streuen die Messpunkte wegen der unvermeidlichen statistischen Messabweichungen um eine ausgleichende Gerade, siehe Abb. 1. Die Aufgabe besteht nun darin, die Gerade zu finden, die „am besten“ an die Messpunkte angepasst ist. Hierfür gibt es ein mathematisches Verfahren, das man als lineare Regression, Ausgleichsrechnung, Geraden-Anpassung oder auch (englisch) linear curve fit bezeichnet. Das Verfahren nach GAUSS beruht auf der Minimierung der Summe der Abweichungsquadrate

$$\sum_{i=1}^n \Delta y^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + b x_i)]^2 \rightarrow \min. \quad (6)$$

und heißt deshalb auch Methode der kleinsten Quadrate.

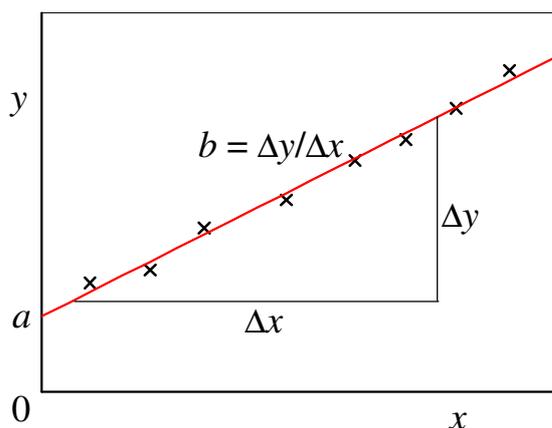


Abb. 1: Lineare Regression

Mit geeigneter Software (z.B. Excel, Origin, CassyLab) und auch mit manchen Taschenrechnern kann man diese Methode benutzen, ohne dass man den mathematischen Formalismus kennen und verstehen muss. Dabei sind die n Messwertpaare (x_i, y_i) einzugeben, danach werden die Parameter a und b der angepassten („besten“) Geraden und je nach Software auch die Standardabweichungen der Parameter s_a und s_b berechnet.

Wenn keine geeigneten Rechenhilfsmittel zur Verfügung stehen, nimmt man die Anpassung graphisch vor: Die Messpunkte werden in ein möglichst großes Diagramm auf Millimeterpapier gezeichnet und die Regressionsgerade mit einem durchsichtigen Lineal „nach Augenmaß“ eingezeichnet. Die Parameter a und b werden als y -Achsenabschnitt bzw. Anstieg wie in Abb. 1 gezeigt abgelesen und ihre Unsicherheiten werden geschätzt.

3.2 Regression mit anderen Funktionen

Das Regressionsverfahren mit der Methode der kleinsten Quadrate kann nicht nur auf eine lineare Funktion (5), sondern auf beliebige Funktionen mit mehreren Parametern angewendet werden. Im Allgemeinen ist dieses Problem jedoch nicht mehr analytisch lösbar, sondern muss mit Hilfe numerischer Methoden iterativ gelöst werden. Die im Praktikum eingesetzten Computerprogramme

Origin und CassyLab bieten diese Möglichkeit. (Stichworte: *non-linear curve fit* bzw. *Freie Anpassung*)

Einige Funktionen können durch Transformation bequem in eine lineare Funktion überführt werden. In solchen Fällen kann die lineare Regression mit der transformierten Funktion durchgeführt werden. Alternativ kann die Funktion in einem Koordinatensystem mit geeignet nichtlinear (z.B. logarithmisch) geteilten Achsen dargestellt werden, so dass der Graph eine Gerade ergibt.

Beispiel:

Beim Durchgang radioaktiver Strahlung durch Materie der Dicke d gilt für die Intensität $I = I_0 \cdot e^{-\mu d}$, der „Schwächungskoeffizient μ “ soll aus mehreren Messwerten für I und d bestimmt werden. Logarithmiert man die Gleichung, ergibt sich $\ln I = \ln I_0 - \mu d$. Setzt man $\ln I = y$ und $d = x$ und vergleicht mit (5), sieht man dass $a = \ln I_0$ und $b = -\mu$. Der Schwächungskoeffizient μ kann also durch lineare Regression mit den Wertepaaren $(\ln I, d)$ bestimmt werden. Alternativ wählt man für die graphische Darstellung $I = f(d)$ Millimeterpapier mit logarithmischer Teilung für I und normaler (linearer) Einteilung für d , dann ergibt sich ebenfalls eine Gerade.

4 Messunsicherheiten für Messergebnisse (Fehlerfortpflanzung)

Es sei $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ein Messergebnis, das aus den Messwerten x_1, x_2, \dots, x_n mit den Messunsicherheiten $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ zu berechnen ist. Wie groß ist dann die Messunsicherheit Δy des Messergebnisses?

Für kleine Messunsicherheiten Δx_i kann man die Unsicherheit des Messergebnisses als „totales Differential“ von y berechnen:

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \right| \Delta x_n \quad (7)$$

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right| \Delta x_i.$$

Dabei ist $\partial y/\partial x_i$ die partielle Ableitung von y nach der Messgröße x_i .

Bei dieser Art der Berechnung wird angenommen, dass sich die Einflüsse aller Messunsicherheiten auf die Unsicherheit des Ergebnisses addieren - es ergibt sich die größtmögliche Messunsicherheit Δy .

Für das Physikpraktikum und für die allermeisten Anwendungen in der Medizin ist es ausreichend, folgende Spezialfälle zu kennen:

Spezialfall 1:

Das Messergebnis ist eine Summe (oder Differenz) aus den gewichteten Einzelmessungen:

$$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 \quad (8)$$

(c_1, c_2 sind Konstanten). Durch Einsetzen in (7) ergibt sich die Unsicherheit des Ergebnisses zu

$$\Delta y = |c_1| \Delta x_1 + |c_2| \Delta x_2 . \quad (9)$$

Die absolute Unsicherheit des Ergebnisses ist gleich der Summe der absoluten Unsicherheiten der Messwerte gewichtet mit den Faktoren c_1 und c_2 .

Spezialfall 2:

Das Messergebnis ist ein Produkt (oder Quotient) aus den Messwerten mit ganzzahligen Exponenten:

$$y = c \cdot x_1^n \cdot x_2^m \quad (10)$$

(c eine reelle und n, m ganzzahlige Kon-

stanten). Durch Einsetzen in (7) ergibt sich die Unsicherheit des Ergebnisses zu

$$\frac{\Delta y}{y} = |n| \frac{\Delta x_1}{x_1} + |m| \frac{\Delta x_2}{x_2} . \quad (11)$$

Die relative Unsicherheit des Ergebnisses ist gleich der Summe der relativen Unsicherheiten der Messwerte, gewichtet mit den Exponenten mit denen sie in der Gleichung (10) für das Messergebnis auftreten.

Beispiel: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung $s = a/2 \cdot t^2$; Weg s und Zeit t werden gemessen und die Beschleunigung a ist zu berechnen:

$$a = 2 \cdot \frac{s}{t^2}, \quad \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta s}{s} + 2 \frac{\Delta t}{t}$$

5 Angabe der Messergebnisse mit ihren Messunsicherheiten

Es ist immer das vollständige Messergebnis anzugeben:

$$y \pm \Delta y \quad \text{und} \quad \Delta y/y, \quad (12)$$

wobei die Messunsicherheit Δy nur ein oder zwei zählende (signifikante) Ziffern haben darf. Entsprechend ist die Zahl der Ziffern für das Messergebnis y zu wählen.

Beispiele:

$$y = (531,4 \pm 2,3) \text{ mm}; \quad \Delta y/y = 0,43 \%$$

$$U = (20,00 \pm 0,15) \text{ V}; \quad \Delta U/U = 0,12 \%$$

$$R = 2,145 \text{ k}\Omega \pm 0,043 \text{ k}\Omega; \quad \Delta R/R = 2,0 \%$$

Dichtebestimmung

M 2

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Dichte von drei Probekörpern ist nach der Auftriebsmethode zu bestimmen.

1.2 Die Dichte von Ethanol ist mit Hilfe eines Pyknometers zu bestimmen.

1.3 Die Dichten von Ethanol und NaCl-Lösung sind mit der Dichtewaage nach Mohr-Westphal und mit dem Aräometer zu bestimmen.

2 Grundlagen

Die Dichte ρ eines homogenen Stoffes ist das Verhältnis seiner Masse m zu seinem Volumen V :

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

In der Medizin spielen unterschiedliche Dichten z.B. eine große Rolle bei der Sedimentation. Je größer der Unterschied der Dichten der Flüssigkeit und der Teilchen, desto schneller werden die Teilchen absinken. Ähnlich sind die Verhältnisse bei Zentrifugationsprozessen, allerdings gestatten die dabei erreichbaren großen Zentrifugalkräfte höhere Sedimentationsgeschwindigkeiten als allein unter Wirkung der Gravitation.

Häufigen Einsatz im medizinischen Alltag findet die Harndichtebestimmung. Aus den gemessenen Werten lassen sich Rückschlüsse über die Nierenfunktion und die Wirkung von Pharmaka ziehen.

2.0 Analysenwaage

Die Bestimmung der Masse zählt zu den genauesten Messverfahren der Physik. Mit den Analysenwaagen im Praktikum lassen sich relative Genauigkeiten bis zu 10^{-6} erzielen. Bei solchen Präzisionsmessungen muss der Auftrieb in Luft berücksichtigt werden. Jeder Körper, der sich in einem Medium

(Flüssigkeit oder Gas) befindet, erfährt einen Auftrieb. Die Auftriebskraft F_A ist gleich der Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums (ARCHIMEDESSches Prinzip):

$$F_A = m_M \cdot g = V \cdot \rho_M \cdot g. \quad (2)$$

Dabei sind m_M und ρ_M Masse bzw. Dichte des vom Körper verdrängte Mediums, V sein Volumen und $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ die Fallbeschleunigung.

Bei einer Analysenwaage (Balkenwaage) wirkt der Auftrieb in Luft der Dichte ρ_L sowohl auf den zu wiegenden Körper (Masse m , Dichte ρ) als auch auf die Wägestücke (Masse m_N , Dichte ρ_N). Im Kräftegleichgewicht ist

$$m \cdot g - V \cdot \rho_L \cdot g = m_N \cdot g - V_N \cdot \rho_L \cdot g \quad (3)$$

bzw. mit $V = m/\rho$ und $V_N = m_N/\rho_N$

$$m = m_N \cdot \frac{1 - \rho_L/\rho_N}{1 - \rho_L/\rho}. \quad (4)$$

Diese Formel für die Korrektur des Luftauftriebs gilt auch für moderne elektronische Analysenwaagen. Hier werden zwar bei der Wägung keine Gewichtstücke mehr benutzt, jedoch wird die Anzeige der Waage (entspricht m_N) mit Hilfe von Normalgewichtstücken mit der standardisierten Dichte von $\rho_N = 8000 \text{ kg/m}^3$ geeicht bzw. justiert.

2.1 Auftriebsmethode

Mit Hilfe des Auftriebes lässt sich relativ einfach die Dichte eines Körpers mit unbekanntem Volumen V bestimmen. Dazu wird der Körper mit Hilfe einer Analysenwaage an Luft und in Wasser eingetaucht gewogen. m^* bezeichne den Anzeigewert der Waage bei Wägung in Luft. Nach (4) ist

$$m^* = m \cdot \frac{1 - \rho_L/\rho}{1 - \rho_L/\rho_N}. \quad (5)$$

Danach wird der Körper völlig unter Wasser getaucht und erneut gewogen, Anzeige m^{**} :

$$m^{**} = m \cdot \frac{1 - \rho_L / \rho_W}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (6)$$

(ρ_W - Dichte des Wassers).

Aus den Gleichungen (5) und (6) folgt:

$$\rho = \frac{m^* \rho_W - m^{**} \rho_L}{m^* - m^{**}} \quad (7)$$

2.2 Pyknometer

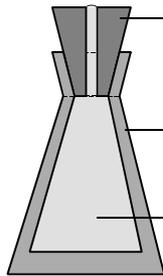


Abb. 1:
Pyknometer

Ein Pyknometer ist ein Gefäß, mit dem ein Flüssigkeitsvolumen sehr genau reproduzierbar ist, da der durch die Krümmung der Oberfläche verursachte Volumenfehler wegen des geringen Kapillarquerschnittes sehr klein ist (Abb.1). So kann man damit über eine Messung der Masse sehr einfach und genau die Dichte von Flüssigkeiten bestimmen. Dabei erfolgt erst eine Messung mit Luft, um die Leermasse m_1 des Pyknometers zu erhalten:

$$m_1^* = m_1 \cdot \frac{1 - \rho_L / \rho_{Py}}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (8)$$

Danach wird die Masse des Pyknometers mit destilliertem Wasser der Masse m_2 und dann seine Masse mit der Messflüssigkeit der Masse m_3 bestimmt (m^* ist jeweils Anzeige der Waage):

$$m_2^* = m_1 \frac{1 - \rho_L / \rho_{Py}}{1 - \rho_L / \rho_N} + m_2 \frac{1 - \rho_L / \rho_W}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (9)$$

$$m_3^* = m_1 \frac{1 - \rho_L / \rho_{Py}}{1 - \rho_L / \rho_N} + m_3 \frac{1 - \rho_L / \rho}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (10)$$

Wegen des konstanten Pyknometervolumens

ist außerdem

$$\frac{m_3}{m_2} = \frac{\rho_3}{\rho_2} \quad (11)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (8) bis (11) lässt sich ρ berechnen:

$$\rho = \frac{m_3^* - m_1^*}{m_2^* - m_1^*} \cdot (\rho_W - \rho_L) + \rho_L \quad (12)$$

2.3 Mohr-Westphalsche Waage

Die Mohr-Westphalsche Waage ist eine ungleicharmige Hebelwaage. Der rechte Hebelarm ist durch Kerben in 10 gleiche Teile geteilt. Am Ende des Hebelarmes befindet sich ein Senkkörper mit sehr genau definiertem Volumen. Wird der Senkkörper in eine Flüssigkeit getaucht, erfährt er einen Auftrieb, der durch die Gewichtskraft entsprechend aufgelegter Reiter kompensiert werden kann. Zur original Mohr-Westphalschen Waage (Abb. 2) gehören große, mittlere und kleine Reiter, deren Gewichtskräfte sich wie 100 : 10 : 1 verhalten. Die relative Dichte ergibt sich aus der Position der Reiter in den Kerben 1 bis 10.

Die moderneren, im Praktikum eingesetzten Dichtewaagen verwenden einen in 100 Teile eingeteilten Waagebalken, zwei Reiter im Verhältnis 100 : 1 und ein zusätzliches Anhängengewicht. Die Dichte kann direkt an der Stellung der Reiter abgelesen werden.

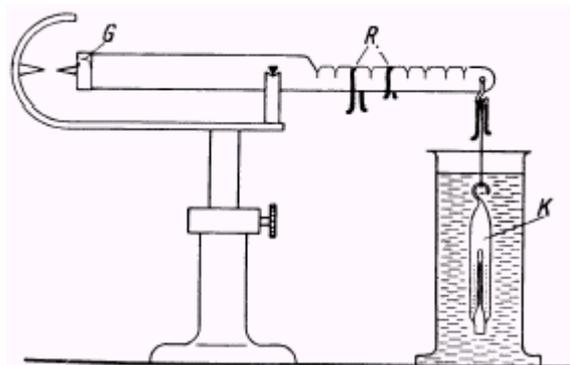


Abb. 2: Mohr-Westphalsche Waage

2.4 Aräometer

Mit Hilfe eines Aräometers (Abb. 3) kann ebenfalls die Dichte einer Flüssigkeit bestimmt werden. Schwimmt das Aräometer in der Messflüssigkeit, ist die Gewichtskraft des Aräometers F_G gleich der Auftriebskraft F_A . Nach (2) folgt für die Dichte der Messflüssigkeit

$$\rho \sim \frac{1}{V_M}, \quad (13)$$

wobei V_M das eingetauchte Volumen des Aräometers ist. Die Skala, die sich am Aräometer befindet, zeigt unmittelbar die den Eintauchtiefen entsprechende Dichte an.

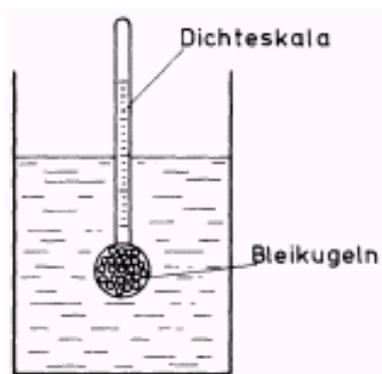


Abb. 3:
Aräometer

3 Versuchsaufbau

3.1 Geräte zu Aufgabe 1:

- 1 Analysenwaage mit Dichtebestimmungseinrichtung (Tauchkorb, Brücke, Becherglas)
- 3 Probekörper
- 1 Pinzette
- 1 Spritzflasche mit H_2O dest.

3.2 Geräte zu Aufgabe 2:

- 1 Analysenwaage
- 1 Pyknometer
- 1 Pipette
- 1 Spritzflasche mit H_2O dest.
- 1 Flasche mit Ethanol

3.3 Geräte zu Aufgabe 3:

- 1 Dichtewaage mit Senkkörper
- 1 Senkglas (ca. 130 ml)
- 2 Standzylinder (100 cm^3)

2 Aräometer

- 2 Flaschen mit Ethanol und NaCl-Lösung
- 1 Thermometer

4 Versuchsdurchführung

Hinweise zur Handhabung der elektronischen Waage werden vom zuständigen Assistenten gegeben bzw. der Gerätebeschreibung entnommen!

4.1 Zur Bestimmung der Dichte fester Körper nach der Auftriebsmethode werden die beiliegenden Probekörper zunächst in Luft gewogen (Bestimmung von m^*). Danach wird das Becherglas mit Wasser auf die Brücke gestellt, der Tauchkorb vorsichtig eingehängt und die Waage auf Null abgeglichen (mit Tariertaste T). Jetzt stellt man den Probekörper mit der Pinzette auf den Tauchkorb, so dass der Körper völlig im Wasser eintaucht. Das Ablesen der Waage ergibt m^{**} . Dies ist für alle Probekörper durchzuführen. Hinweis zur Fehlerbetrachtung: In Formel (6) ist nicht berücksichtigt, dass durch das Eintauchen des Probekörpers der Wasserspiegel im Becherglas steigt und somit ein geringer zusätzlicher Auftrieb an den Halterungen des Tauchkorbes entsteht.

4.2 Zur Ermittlung der Flüssigkeitsdichte ist die Brücke mit dem das Becherglas zu entfernen. Es werden die Leermasse des Pyknometers (m_1^*), die Masse des Pyknometers mit destilliertem Wasser (m_2^*) und die Masse des Pyknometers mit der Messflüssigkeit (m_3^*) bestimmt.

4.3 Messung mit der Dichtewaage:

Zunächst wird die Nullpunktseinstellung der Dichtewaage kontrolliert und ggf. nachjustiert. Verfahren Sie hierzu entsprechend der ausliegenden Bedienungsanleitung. Für die Bestimmung der Dichte der beiden Flüssigkeiten muss der Senkkörper vollständig in diese eingetaucht sein. Vermeiden Sie Luftbläschen sowie die Berührung der Gefäßwand! Die Waage wird durch Ver-

schieben der Reiter abgeglichen. Dabei bleibt für Dichten $< 1 \text{ g/cm}^3$ das Anhängengewicht eingehängt, für Dichten $> 1 \text{ g/cm}^3$ wird es ausgehängt.

Die Temperaturen der Messflüssigkeit sind zu messen.

Bei der Dichtebestimmung mit dem Aräometer werden die Messflüssigkeiten in die entsprechenden Standzylinder, in denen sich die Aräometer befinden, gegossen und die Dichten abgelesen.

Die Messflüssigkeiten sind im Anschluss in die richtigen Behälter zurückzufüllen!

5 Auswertung

5.1 Die Dichte der Probekörper ist nach der Gleichung (7) zu berechnen. Das Ergebnis ist mit Tabellenwerten zu vergleichen. Um welches Material könnte es sich bei den Probekörpern handeln?

Die Dichte des Wassers ρ_w für die Raumtemperatur wird einer Tabelle entnommen. Für die Dichte der Luft wird der bei Normaldruck geltende Wert $\rho_L = 0.0013 \text{ g/cm}^3$ verwendet.

5.2 Die Dichte der Flüssigkeit ist nach Gleichung (12) zu berechnen und mit dem Ergebnis der anderen Methoden sowie mit

dem Tabellenwert zu vergleichen.

5.3 Die Dichten, die nach den zwei Methoden ermittelt wurden, sind zu vergleichen.

Die Messunsicherheiten der verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Dichte sind zu vergleichen.

6 Literatur

Kamke/Walcher: Physik für Mediziner. B.G. Teubner, Stuttgart 1994

Beier, W.; Pliquett, F.: Physik. J.A.Barth, Leipzig 1987

Hellenthal, W.: Physik. Thieme, Stuttgart 1998

7 Kontrollfragen

7.1 Welche Methoden zur Bestimmung der Dichte von festen Körpern und Flüssigkeiten kennen Sie?

7.2 Welchen Einfluss hat der Auftrieb in Luft auf Wägungen?

7.3 Erläutern Sie die Messmethode mit dem Pyknometer! Worauf ist dabei besonders zu achten?

Oberflächenspannung von Flüssigkeiten

M 4

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Oberflächenspannung von verschiedenen Flüssigkeiten ist mit Hilfe der Abreißmethode zu bestimmen.

1.2 Die Oberflächenspannung ist mit Hilfe der Steighöhe in Kapillaren zu bestimmen.

2 Grundlagen

2.1 Oberflächenspannung:

Jedes einzelne Molekül einer Flüssigkeit wirkt innerhalb eines gewissen kugelförmigen Bereiches anziehend auf seine Nachbarmoleküle (Kohäsion). Ein Molekül im Inneren der Flüssigkeit übt nach allen Seiten gleiche anziehende Kräfte aus und wird von den umgebenden Molekülen ebenfalls gleich-

mäßig angezogen, so dass die Resultierende dieser Kohäsionskräfte gleich Null ist. Befindet sich das Molekül an der Oberfläche der Flüssigkeit, so werden die Kräfte nicht vollständig durch die Wechselwirkungskräfte mit dem angrenzenden Medium (Adhäsion) kompensiert (Abb.1). Es ergibt sich eine resultierende Kraft in das Innere der Flüssigkeit. Möchte man jetzt ein Molekül aus dem Inneren an die Oberfläche bringen, muss man die nach innen wirkenden Kräfte überwinden. Ein Molekül an der Oberfläche besitzt deshalb eine höhere potentielle Energie. Die Energie der Gesamtheit aller in der Oberfläche sitzenden Moleküle ist der Größe der Oberfläche proportional und kann als Oberflächenenergie bezeichnet werden. Will man die Oberfläche um ΔA vergrößern, muss man der Flüssigkeit Energie zuführen, also Arbeit ΔW verrichten:

$$\Delta W = \sigma \cdot \Delta A. \quad (1)$$

Dabei ist σ die Oberflächenspannung, eine von der Temperatur abhängige Materialgröße. Die SI-Einheit ist N/m. In der Natur ist jedes System bestrebt, den Zustand kleinster potentieller Energie zu erreichen. Die Oberfläche eines Flüssigkeitsvolumens wird daher immer einen möglichst kleinen Wert annehmen. Dies ist z.B. von großer Bedeutung für die Funktion der Lunge: Die innere Oberfläche der Alveolen ist mit einem Flüssigkeitsfilm bedeckt, der wie an jeder Grenzschicht zwischen Gas- und Flüssigkeitsphase das

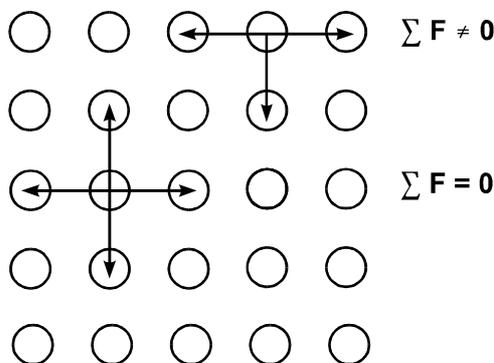


Abb. 1: Kohäsionskräfte und Oberflächenenergie von Flüssigkeitsmolekülen.

Bestreben hat, die Oberfläche möglichst klein zu halten. Bei einer Anzahl von 300 Millionen Alveolen der menschlichen Lunge und der von ihnen gebildeten Gasaustauschfläche von ca. 70 m^2 müsste die zu erwartende Oberflächenspannung zu erheblichen Instabilitäten führen: So würden kleine Alveolen in sich zusammenfallen und ihr Volumen an größere abgeben. Bei Expiration könnte die Radiusabnahme der Alveolen jedesmal zu ihrem Kollaps führen. Verhindert wird dies durch spezialisierte Typ-II-Zellen im Alveolarepithel, welche Surfactant absondern. Das ist ein Gemisch aus Proteinen und Lipiden, welches die Oberflächenspannung verringert. Bei der ersten Inspiration nach der Geburt wird die im Fötalstadium kollabierte Lunge entfaltet, und es entsteht erstmals die alveoläre Gas-Flüssigkeits-Phase. Ist das Surfactant-System noch nicht funktionsfähig (z.B. bei Frühgeburten), dann kollabieren Teile der Lunge, und es kommt zu einem Atemnotsyndrom.

Die Oberflächenspannung wirkt sich auf die Tropfenbildung an einer Pipette aus. Ein Tropfen reißt ab, wenn seine Gewichtskraft die ihn haltende Kraft überschreitet. Letztere ist proportional zur Oberflächenspannung der Flüssigkeit, so dass z.B. eine mittels Pipette durch Tropfenzählung zu dosierende Substanzmenge für verschiedene Flüssigkeiten zunächst mit anderen Verfahren kalibriert werden muss.

Die Messung der Oberflächenspannung mit einem Stalagmometer nutzt eben diesen Effekt: Es wird die Anzahl der Tropfen in einem Volumen gezählt; sie ist proportional zur Oberflächenspannung.

Weitere Beispiele für den Einfluss der Oberflächenspannung sind die Randkrümmung von Flüssigkeiten in Gefäßen, die Kapillarkwirkung, die Wirkung von Waschmitteln und das wasserabweisende Gefieder von Schwimmvögeln.

2.2 Kapillarität:

An einer Grenzfläche zwischen zwei Medien üben auch die verschiedenartigen Moleküle

Anziehungskräfte aufeinander aus. Im Gegensatz zur Kohäsion bezeichnet man die Anziehungskraft zwischen den Molekülen verschiedener Stoffe als Adhäsion.

Die Oberfläche eines Festkörpers wird von einer Flüssigkeit benetzt, wenn die Adhäsionskräfte größer sind als die Kohäsionskräfte innerhalb der Flüssigkeit. Die Flüssigkeit versucht dann, sich möglichst weit auf der Oberfläche auszubreiten. Taucht man eine Kapillare mit dem Innendurchmesser $2r$ in eine benetzende Flüssigkeit (z.B. Glas in Wasser), so steigt diese in der Kapillare nach oben (Kapillaraszension im Gegensatz zur Kapillardepension bei nicht benetzenden Flüssigkeiten). Das ist folgendermaßen zu erklären:

Die Benetzung der Kapillarinnenwand führt zu einer Vergrößerung der freien Flüssigkeitsoberfläche und damit der Oberflächenenergie. Durch das Aufsteigen der Flüssigkeit im Inneren der Kapillare wird die Größe der freien Oberfläche wieder verringert, dafür erhöht sich aber die potentielle Energie. Der Gleichgewichtszustand ist der Zustand minimaler Energie. Die Höhe der Flüssigkeitssäule im Gleichgewicht kann man deshalb mit folgender Überlegung berechnen:

Steigt die Flüssigkeit um den kleinen Betrag Δh , so verringert sich die freie Oberfläche um den Betrag $2\pi r \Delta h$ und damit nach (1) die Oberflächenenergie um

$$\Delta W_1 = \sigma \cdot \Delta A = \sigma \cdot 2\pi r \Delta h. \quad (2)$$

Dabei vergrößert sich die potentielle Energie durch das Anheben der Flüssigkeit in der Kapillare um

$$\Delta W_2 = \Delta m \cdot g \cdot h = \pi r^2 \Delta h \rho \cdot g \cdot h. \quad (3)$$

(Δm ist der Massenzuwachs und ρ die Dichte der Flüssigkeit in der Kapillare, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung.)

Im Energieminimum ist $\Delta W = \Delta W_2 - \Delta W_1 = 0$, daraus ergibt sich die Steighöhe h zu

$$h = \frac{2\sigma}{r \rho g}. \quad (4)$$

Gl. (4) kann auch mit Hilfe des Gleichgewichtes aus dem Druck durch die gekrümmte Oberfläche und dem Schweredruck der Flüssigkeitssäule hergeleitet werden (siehe Literaturangaben).

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- 1 Federkraftmesser 50 mN
- 1 Glasgefäß
- 1 Messring
- 2 Kapillaren
- Gefäße mit Flüssigkeiten
- 1 höhenverstellbarer Tisch

3.1 Zur Messung der Oberflächenspannung nach der Abreißmethode wird ein Messring mit dem Durchmesser $2 \cdot r$ verwendet, der zunächst völlig in die Flüssigkeit eingetaucht und damit vollständig benetzt wird. Beim langsamen Herausziehen aus der Flüssigkeit bildet sich am Ring ein zylindrischer Flüssigkeitsfilm mit dem Durchmesser $2 \cdot r$ und der Höhe Δh . Da sich der Film sowohl an der Innen- als auch an der Außenfläche des Ringes bildet, ergibt sich die Vergrößerung der Flüssigkeitsoberfläche zu:

$$\Delta A = 2 \cdot (2 \cdot \pi r) \cdot \Delta h. \quad (5)$$

Die dafür erforderliche Arbeit ist:

$$\Delta W = F \cdot \Delta h. \quad (6)$$

Setzt man Gleichung (5) und (6) in (1) ein, erhält man:

$$\sigma = \frac{F}{4 \cdot \pi \cdot r}. \quad (7)$$

Die Kraft F wird mit einem Federkraftmesser gemessen.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Um Verunreinigungen auszuschließen, sollten Messring und Glasgefäß zu Beginn unter fließendem Wasser gründlich abgespült

werden.

Der trockene Messring (evtl. Tropfen abtupfen) wird an den Federkraftmesser angehängt. Der Federkraftmessers ist durch Verschieben des Außenmantels auf Null (oder, falls nicht möglich, auf einen ganzen Wert, z. B. 10 mN) zu stellen. Das mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllte Glasgefäß wird auf den höhenverstellbaren Tisch gestellt. Durch Anheben der Tischfläche lässt man den Messring vollständig in die Flüssigkeit eintauchen.

Zur Messung wird der Tisch langsam und ohne Erschütterung abgesenkt und dabei die Anzeige des Federkraftmessers beobachtet. Beim Abreißen der Verbindung zwischen Flüssigkeit und der Unterkante des Messringes wird die Kraft F abgelesen. Die Messung ist für jede Flüssigkeit 10 mal durchzuführen. Beim Wechsel der Flüssigkeit sind Gefäß und Bügel **gründlich** abzuspülen.

4.2 Die Kapillaren werden sorgfältig unter fließendem Wasser gespült und dann entleert (schräg halten und langsam auslaufen lassen, den Rest Wasser mit feuchtem Zellstoff aussaugen). Danach taucht man sie in die Messflüssigkeit. Die Höhe der senkrechten Flüssigkeitssäule über der äußeren Flüssigkeitsoberfläche wird mit einem Lineal gemessen. Die Messung wird mit beiden Kapillaren und mit jeder Flüssigkeit fünf mal durchgeführt. Der Innendurchmesser ist auf den Kapillaren angegeben mit einer Genauigkeit von $2\Delta r = 0,02$ mm.

5 Auswertung

5.1 Aus den zehn Messwerten für die Kraft ist jeweils der Mittelwert zu bilden und nach

Gleichung (7) die Oberflächenspannung σ und die zugehörige Messunsicherheit zu berechnen. Der mittlere Radius des Messringes beträgt $r = (14,85 \pm 0,05)$ mm.

5.2 Aus den Mittelwerten der gemessenen Steighöhen ist mit Hilfe von Gl. (4) jeweils die Oberflächenspannung einschließlich der statistischen Messunsicherheit zu berechnen. (Die Dichte von Wasser und Seifenlösung beträgt $1,0 \text{ g/cm}^3$.)

Für beide Teilversuche ist eine Fehlerrechnung durchzuführen. Vergleichen Sie alle Ergebnisse miteinander!

6 Literatur

Eichler, Kronfeld, Sahn: Das Neue Physikalische Praktikum, Springer, Berlin etc. 2001

Haas, U.: Physik für Pharmazeuten und Mediziner. WVG Stuttgart 2002

Trautwein, Kreibitz, Oberhausen: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten, W. de Gruyter, Berlin 1987

Fercher, A.F.: Medizinische Physik, Springer, Wien 1992

7 Kontrollfragen

7.1 Welche Form nimmt ein Wassertropfen an, wenn keinerlei äußere Kräfte auf ihn wirken? Warum? Worauf beruht die „normale“ Tropfenform?

7.2 Wovon hängt die Steighöhe einer Flüssigkeit in einer Kapillare ab?

7.3 Was ist Benetzung, wovon hängt sie ab?

Dehnung

M 13

1 Aufgabenstellung

Es ist der Elastizitätsmodul E von zwei Metallen und von Polyamid (Perlon) durch Dehnungsmessungen zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

Eine wichtige Eigenschaft von Festkörpern ist die Elastizität. Ein Körper ist elastisch, wenn er nach einer durch äußere Kräfte hervorgerufenen Gestaltsänderung seine ursprüngliche Gestalt wieder annimmt, sobald diese Kräfte wegfallen.

Die elastischen Formänderungen können durch Dehnung, Stauchung, Biegung oder Drillung (Torsion) auftreten.

Unter (mechanischer) Spannung versteht man das Verhältnis aus Kraft und der Querschnittsfläche, an der die Kraft angreift:

$$\sigma = \frac{F}{A}. \quad (1)$$

Bei Normalspannungen σ steht die Kraft F senkrecht auf der Fläche A (Abb.1 links), bei Tangentialspannungen τ verläuft sie parallel zur Fläche (Abb.1 rechts). Normalspannungen können als Zug- oder Druckspannungen wirksam werden, Tangentialspannungen als Scher- oder Torsionsspannungen.

Die relative Längenänderung $\Delta l/l_0$ bei Wirkung einer Zugspannung (vergl. Abb.1) nennt

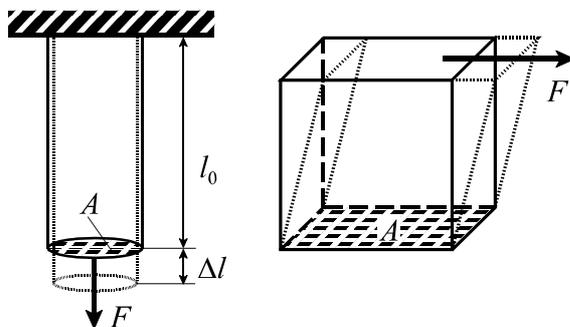


Abb. 1: Dehnung (Zug) und Scherung

man Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (2)$$

Das elastische Verhalten bei Zug- und Druckbelastungen wird im Spannungs-Dehnungs-Diagramm (Abb.2) dargestellt.

Innerhalb des Proportionalitätsbereiches gilt das HOOKEsche Gesetz:

Die elastische Verformung ist der verformenden mechanischen Spannung proportional.

Feste Körper haben eine Elastizitätsgrenze. Bei Überschreiten dieser Grenze kommt es je nach Material zu unterschiedlichen Abweichungen vom HOOKEschen Gesetz. Bei Metallen tritt meist eine irreversible Verformung auf (Plastizität). Bei biologischen Materialien und bei Polymeren ist bei hohen Spannungen aufgrund des makromolekularen Aufbaus oft eine Verfestigung zu beobachten. Das Überschreiten der Zerreißgrenze führt zum Materialbruch.

Manche biologische Materialien, etwa die Knochenkompakta, sind zwar außerordentlich

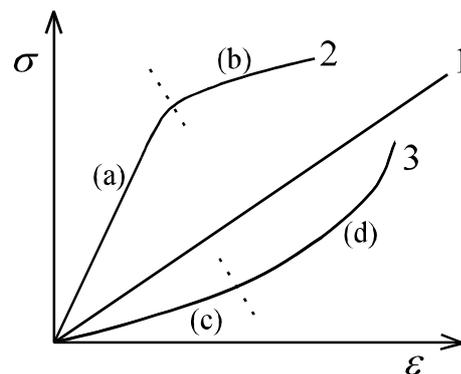


Abb. 2: Spannungs-Dehnungs-Diagramm (schematisch)

- 1 Verhalten nach Hookeschem Gesetz
- 2 Metall im Bereich (a) elastischer und (b) plastischer Verformung
- 3 Blutgefäß. (c) Verhalten nach Hookeschem Gesetz, (d) Verfestigung

druck- und zugfest, brechen dagegen bei vergleichsweise geringen Biegebelastungen. Elastisches Materialverhalten findet man in erhöhtem Maße in den Sehnen und Bändern (z.B. kann das Nackenband eines Rindes bis zum Doppelten gedehnt werden) und ganz besonders in den Wänden der Blutgefäße.

Muskelfasern, Sehnen und Bänder werden vor allem auf Zug beansprucht. Sind die Belastungen zu groß, kommt es zur bekannten Bänderdehnung (plastische Verformung) oder gar zum Bruch (Riss). In den Bändern und Sehnen kann aber auch Energie gespeichert werden und zur Fortbewegung bzw. „Stoßdämpfung“ genutzt werden.

Die Elastizität der Blutgefäßwände spielt bei der Hämodynamik eine wesentliche Rolle. So kommt es beim Blutausschlag aus dem Herzen durch die elastische lokale Erweiterung der Arterien zu einer nur mäßigen Druckerhöhung und zur Ausbildung einer fortschreitenden Schlauch- oder Pulswelle. Blutgefäßwände gehören zu den "hochdehnbaren Stoffen" mit nichtlinearer Spannungs-Dehnungskurve. Mit steigendem Alter nimmt die Dehnbarkeit der Arterien ab.

Die meisten Polymere und viele Biomaterialien (z. B. Muskelfasern) zeigen kein reines elastisches sondern sogenanntes viskoelastisches Verhalten. Im Materialinneren treten geschwindigkeitsabhängige Reibungskräfte auf (vergl. Versuch M14: Viskosität). Die Dehnung hängt nicht nur von der Spannung sondern auch von der Zeit ab, wobei die maximale Dehnung bei Wirkung einer konstanten Spannung asymptotisch erreicht wird.

Der Elastizitätsmodul E ist eine Materialgröße. Im Bereich der Gültigkeit des HOOKEschen Gesetzes stellt sein Kehrwert den Proportionalitätsfaktor zwischen der relativen Dehnung $\Delta l/l_0$ eines Stabes und der anliegenden mechanischen Spannung F/A dar: Mit (1) und (2) ergibt sich eine allgemeine Form des HOOKEschen Gesetzes zu:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma. \quad (3)$$

Mit der Längenausdehnung verbunden ist eine Verringerung des Querschnitts, die mit Hilfe der elastischen Materialkonstanten POISSONSche Querkontraktionszahl beschrieben werden kann.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Wandhalterung mit Messuhr
- Inbusschlüssel für die Messuhr
- 2 Metalldrähte und Perlonfaden mit Haken und Messmarke
- Bandmaß
- Mikrometerschraube
- Massestücke
- mit Schaumstoff gefüllter Eimer

Der zu vermessende Draht bzw. Faden kann in die obere Aufhängung der Apparatur eingehängt werden. Auf ihm ist eine Messmarke befestigt, diese wird unter den Fühler der Messuhr geklemmt. Dazu ist der Fühler **vorsichtig** von Hand anzuheben. Sollte der Messbereich der Messuhr (0 bis 10 mm) nicht ausreichen, so kann sie mittels einer Klemmschraube in der Höhe verstellt werden.

Am unteren Ende des Drahtes ist ein Haken zum Einhängen der Massestücke angebracht.

4 Versuchsdurchführung

Der zu vermessende Metalldraht wird eingehängt und mit einem Massestück von 500 g vorbelastet. Es ist darauf zu achten, dass der Messbereich ausreicht, gegebenenfalls muss die Messuhr in ihrer Höhe verstellt werden. Diese Stellung der Messuhr entspricht $\Delta l = 0$. Die Anfangslänge l_0 wird mit dem Bandmaß bestimmt (freie Drahtlänge von der Klemmschraube der oberer Aufhängung bis zur Klemmschraube der Messmarke). Der Durchmesser des Drahtes d wird an 5 verschiedenen Stellen mit der Mikrometerschraube bestimmt.

Nun wird der Draht mit verschiedenen Massestücken (200g bis 2000g in 200g-Schritten)

belastet und die zugehörigen Längenänderungen Δl gemessen (Δl bezieht sich hierbei immer auf die Stellung der Messuhr im vorbelasteten Zustand l_0).

Der gesamte Messvorgang ist für beide Metalldrähte durchzuführen.

Die Längenänderung des Perlonfadens ist wesentlich größer als die der Metalldrähte, sie wird nicht mit der Messuhr sondern mit einem Lineal, Zeichendreieck oder mit dem Bandmaß gemessen. Der Perlonfaden wird eingehängt und mit 100 g vorbelastet. Sein Durchmesser wird an 5 verschiedenen Stellen mit der Mikrometerschraube und die Länge l_0 mit dem Bandmaß bestimmt.

Es kann vorkommen, dass der Perlonfaden reißt! Stellen Sie deshalb den Eimer mit Schaumstoff-Füllung unter die Apparatur, ehe Sie weitere Massestücke anhängen!

Der Abstand a zwischen der Messuhr-Halterung und der Messmarke ist mit einem Lineal zu messen. Dieser Abstand entspricht $\Delta l=0$. Danach wird der Faden schrittweise belastet (400 g bis 2000 g in 400 g-Schritten) und (nach 5 min) der Abstand a bestimmt.

Unmittelbar nach dem Anhängen der Massestücke kann man beobachten, dass die Länge nicht sofort konstant ist, sondern, immer langsamer werdend, noch etwas anwächst (Viskoelastizität). Zwischen jeder Änderung der Gewichte und der Messung von a ist deshalb eine Wartezeit von 5 min einzuhalten.

5 Auswertung

Aus den Mittelwerten der Drahtdurchmesser sind die Querschnittsflächen zu berechnen. Im Fall des Perlonfadens sind aus den gemessenen

Abständen a die Längenänderungen Δl zu berechnen.

Für jeden Messschritt werden die anliegende Zugspannung σ nach (1) und die Dehnung ε nach (2) berechnet. Die Kraft in Gleichung (1) ist die Gewichtskraft der Massestücke ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$).

Für jedes Material wird die Zugspannung σ als Funktion der Dehnung des ε grafisch dargestellt und der Elastizitätsmodul E als Kurvenanstieg aus dem Diagramm ermittelt. Mit Hilfe der ausliegenden Tabelle ist aus den ermittelten Werten auf das Material der Metalldrähte zu schließen.

Die möglichen Messfehler sind zu benennen (z.B. Längenmessung; Kraftbestimmung usw.) und in ihrem Einfluss abzuschätzen.

Der statistische Fehler aus der linearen Regression für den Elastizitätsmodul ist anzugeben.

6 Literatur

Haas, U.: Physik für Pharmazeuten und Mediziner. WVG Stuttgart 2002

Kamke/Walcher: Physik für Mediziner. B.G. Teubner, Stuttgart 1994

7 Kontrollfragen

7.1 Was bedeutet elastisches Materialverhalten?

7.2 Was besagt das HOOKEsche Gesetz? Welche Abweichungen vom HOOKEschen Gesetz können auftreten?

7.3 Wo spielen Dehnungen im menschlichen Organismus eine Rolle?

Viskosität

M 14

1 Aufgabenstellung

Es ist die Viskosität η von Rhizinusöl als Funktion der Temperatur mit einem HÖPPLER-Viskosimeter (Kugelfallmethode) zu bestimmen.

2 Grundlagen

Reale Flüssigkeiten und Gase sind durch Wechselwirkungskräfte zwischen den Molekülen innerhalb des Stoffes (Kohäsion) und zu Molekülen anderer Stoffe an Grenzflächen wie z.B. festen Wandungen (Adhäsion) gekennzeichnet. Bei idealen Flüssigkeiten oder Gasen werden solche Kräfte vernachlässigt.

Strömt eine benetzende reale Flüssigkeit durch ein starres konzentrisches Rohr, so stellt sich im Falle einer laminaren stationären Strömung ein parabolisches Strömungsprofil (die Verteilung der Strömungsgeschwindigkeiten entlang des Rohrradius) ein (Abb. 1). Durch Adhäsionskräfte haftet die Flüssigkeit am Rand und strömt in der Mitte am schnellsten. Zur Modellierung stellt man sich die Strömung als ineinander gleitende Zylinder vor, die sich mit geringen Geschwindigkeitsunterschieden gegeneinander bewegen. Zwischen diesen Schichten tritt durch Kohäsionskräfte Reibung auf. Ein Maß für diese innere Reibung ist die Viskosität η .

Eine Flüssigkeit, bei der die Viskosität nicht von der Strömung selbst sondern nur von der Temperatur abhängt, nennt man eine

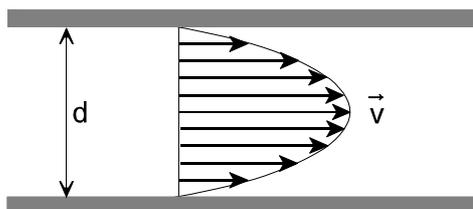


Abb. 1: Laminare Strömung durch ein Rohr

NEWTONSche Flüssigkeit.

Sinkt ein kugelförmiger Körper (Radius r , Dichte ρ_1) in einer viskösen Flüssigkeit (Dichte ρ_2), so wirken die Gewichtskraft F_G , die Auftriebskraft F_A und die Reibungskraft F_R und es gilt im stationären Zustand:

$$F_G = F_R + F_A. \quad (1)$$

Nach ARCHIMEDES ist der Auftrieb gleich dem Gewicht des von der Kugel verdrängten Flüssigkeitsvolumens:

$$F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_2 g. \quad (2)$$

Für die Gewichtskraft F_G gilt:

$$F_G = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g. \quad (3)$$

Da die STOKESSche Reibungskraft F_R nach

$$F_R = 6\pi\eta r v \quad (4)$$

proportional zur Geschwindigkeit v der Kugel ist, stellt sich nach kurzer beschleunigter Bewegung ein stationärer Zustand mit konstanter Fallgeschwindigkeit ein (wenn $F_R = F_G - F_A$ erreicht ist). Aus Gleichung (1) folgt:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g = 6\pi\eta r v + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_2 g \quad (5)$$

und:

$$6\pi\eta r v = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_1 - \rho_2). \quad (6)$$

Aus der Fallgeschwindigkeit v einer Kugel in einer unendlich ausgedehnten ruhenden NEWTONSchen Flüssigkeit kann demnach die Viskosität η der Flüssigkeit bestimmt werden. Die Umstellung von Gleichung (6) nach η liefert:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{v} g (\rho_1 - \rho_2). \quad (7)$$

Ersetzt man die Geschwindigkeit v durch den

Fallweg s und die Fallzeit t [$v = s/t$], so erhält man:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{s} (\rho_1 - \rho_2) g t. \quad (8)$$

Alle unveränderlichen Größen können in einer Konstanten K vereinigt werden, so dass folgt:

$$\eta = K(\rho_1 - \rho_2)t. \quad (9)$$

In einem HÖPLER-Viskosimeter fällt die Kugel nicht in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit, sondern in einer Röhre, deren Durchmesser wenig größer als der Kugeldurchmesser ist. Um eine definierte Abrollbewegung zu erzielen, wird der Zylinder um 10° gegen die Normale geneigt. Beides beeinflusst die Kugelkonstante K , so dass bei industriell gefertigten Viskosimetern experimentell bestimmte Kugelkonstanten angegeben werden.

Die Viskosität von Flüssigkeiten nimmt mit zunehmender Temperatur sehr stark ab; näherungsweise gilt

$$\eta = a \cdot e^{\frac{b}{T}} \quad (10)$$

(a, b Konstanten, T in K). Die Ursache hierfür ist die thermische Bewegung der Teilchen. Wenn sich die Moleküle der Flüssigkeit stärker bewegen, können sie sehr viel leichter aneinander vorbeigleiten.

Im Gegensatz dazu steigt in Gasen die Viskosität mit zunehmender Temperatur sogar an, es gilt $\eta \sim \sqrt{T}$.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

HÖPLER-Viskosimeter

2 Stoppuhren

Thermostat

3.1 Das HÖPLER-Viskosimeter ist ein Präzisionsmessinstrument. Es besteht aus einem drehbar gelagerten geneigten zylindrischen Fallrohr, das mit der zu untersuchenden

Flüssigkeit gefüllt ist. Das Fallrohr wird von einem Wasserbad umgeben, dessen Temperatur durch einen Thermostaten geregelt wird. Am Fallrohr befinden sich ringförmige Messmarken, der Abstand zwischen der obersten und der untersten beträgt 100 mm. Die Messanordnung kann um einen im Fuß gelagerten Führungszapfen in die Messlage (mit Arretierung) oder in die Rücklage geschwenkt werden.

Im Praktikum kann mit ausreichender Genauigkeit in beiden Richtungen gemessen werden; Präzisionsmessungen mit der in der Prüfbescheinigung angegebenen Kugelkonstante dürfen nur in Messposition durchgeführt werden.

4 Versuchsdurchführung

Studieren Sie die am Arbeitsplatz ausliegenden Kurzanleitungen zum Thermostaten und zum Viskosimeter. Schalten Sie zu Beginn auf keinen Fall die Thermostatheizung ein, das Wasserbad benötigt viel Zeit um wieder abzukühlen!

Die Viskosität soll im Temperaturbereich von Raumtemperatur bis 50°C bestimmt werden (etwa ein Messpunkt aller 5 K).

Das Viskosimeter ist m. H. der Libelle horizontal auszurichten. Vor der ersten Messung muss die Kugel einmal die Messstrecke durchlaufen, um die Messflüssigkeit zu durchmischen.

Die Messung der Fallzeiten zwischen der oberen und der unteren Ringmarke wird von beiden Studenten durchgeführt. Damit sie sich gegenseitig nicht beeinflussen, startet (stoppt) der erste Student seine Uhr, wenn die Kugel mit ihrer unteren Fläche die obere (untere) Ringebene berührt. Der zweite Student beginnt die Messung, wenn die obere Fläche der Kugel die obere Ringebene verlässt.

Die Messungen sind bei jeder Temperatur fünf mal durchzuführen. Bei Messzeiten über 2 min kann die halbe Messstrecke verwendet werden. Falls das Fallen der Kugel durch eine sehr große Luftblase behindert wird, ist der

zuständige Assistent zu verständigen. Sie dürfen das Viskosimeter nicht selbst öffnen!

Man beginnt zweckmäßigerweise bei Raumtemperatur. Der Thermostat ist einzuschalten, die Solltemperatur wird auf einen Wert unter Raumtemperatur gestellt, damit der Thermostat nur umwälzt. Falls erforderlich, muss vor der Messung ein Temperaturengleich zwischen Thermostat und Viskosimeter abgewartet werden (etwa 10 min).

Danach wird die Temperatur schrittweise (in Schritten von etwa 5 K) bis auf 50°C erhöht und die Fallzeiten werden bestimmt. Nach jedem Erreichen der Solltemperatur am Thermostaten muss jeweils etwa 10 min gewartet werden, da die Wärmeübertragung auf die Flüssigkeit im Messzylinder eine gewisse Zeit erfordert. Damit wird außerdem berücksichtigt, dass für die Regelung die Temperatur im Thermostat selbst verwendet wird, während für das Experiment die Temperatur der Thermostatflüssigkeit im Viskosimeter gemessen wird.

5 Auswertung

Berechnen Sie die Viskosität η nach Gleichung (9) und stellen Sie η als Funktion der Temperatur graphisch dar.

Die Dichte der Kugel ρ_1 und der Wert der Konstanten K sind der Prüfbescheinigung des

jeweiligen Viskosimeters zu entnehmen. (Die Bescheinigung liegt am Messplatz aus, die verwendete Kugel ist unterstrichen.)

Dichte von Rhizinusöl: $\rho_2 = 0,96 \text{ g cm}^{-3}$

Weisen Sie nach, dass die Viskosität entsprechend Gl. (10) von der absoluten Temperatur T abhängt. Stellen Sie hierzu $\ln(\eta)$ als Funktion von $1/T$ graphisch dar und diskutieren Sie die so erhaltene Kurve.

6 Literatur

Haas, U.: Physik für Pharmazeuten und Mediziner, WVG Stuttgart, 2002

Hellenthal, W.: Physik, Thieme, Stuttgart, 1988

Trautwein, Kreibig, Oberhausen: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten. W. de Gruyter, Berlin 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Wodurch unterscheiden sich reale und ideale Flüssigkeiten?

7.2 Was ist innere Reibung, wie kann man sie messen?

7.3 Wie beeinflusst innere Reibung die Strömung in einem Rohr?

Ultraschall-Abbildungsverfahren

M 19

1 Aufgabenstellung

1.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und der Wellenlänge von Longitudinalwellen in Polyethylen (PE), Berechnung des Elastizitätsmoduls von Polyethylen.

1.2 Bestimmung der Anzahl und Lage von Bohrlöchern in einem PE-Körper, Anfertigung einer Lageskizze.

2 Grundlagen

Steht ein mechanischer Schwinger in Kontakt zu einem anderen Medium, so findet durch die Kopplung zu diesem eine Energieübertragung statt, die sich als mechanische bzw. elastische Welle (Schallwelle) ausbreitet. Die in dem Medium entstehenden periodischen Druck- bzw. Dichteänderungen breiten sich

mit einer Phasengeschwindigkeit (der Schallgeschwindigkeit) c aus. Die Wellenlänge λ im Medium wird nach

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1)$$

durch die Frequenz f der Schallquelle und die von Stoffeigenschaften abhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit c bestimmt. Die mechanischen Wellen treten in gasförmigen und flüssigen Stoffen infolge fehlender Scherelastizität stets als Longitudinalwellen auf, während in festen Körpern außer Longitudinalwellen auch Transversalwellen sowie Verkopplungen zwischen beiden (z.B. Oberflächenwellen, Rayleighwellen) auftreten können.

In unendlich ausgedehnten, homogenen, isotropen Festkörpern ergibt sich die Schallgeschwindigkeit c_L für Longitudinalwellen aus den mechanischen Eigenschaften des Ausbreitungsmediums nach:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (2)$$

(E: Elastizitätsmodul, ν : POISSONScher Querkontraktionskoeffizient; ρ : Massendichte).

Durch inelastische Prozesse wird die Schallwelle im Medium gedämpft (absorbiert). Für die Abhängigkeit der Schwingungsamplitude y von der Ausbreitungsrichtung x gilt das Schwächungsgesetz

$$y = y_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (3)$$

Dabei ist y_0 die Amplitude bei $x = 0$ und μ der Schwächungskoeffizient (auch Absorptionskoeffizient). Die Dämpfung kann in der medizinischen Ultraschalldiagnostik zur Unterscheidung verschiedener Gewebearten dienen.

In der Akustik werden Frequenzen unterhalb des menschlichen Hörbereichs (ca. 16 Hz - 16 kHz) als Infraschall und oberhalb dieses Bereiches als Ultraschall bezeichnet.

In der Medizin wird die Ultraschallwirkung

bei Frequenzen bis ca. 1 MHz therapeutisch (Physiotherapie, Chirurgie) oder technisch-präparativ (z.B. Zahnsteinentfernung, Einbringen von Zahnfüllstoffen, Härtung von Klebstoffen) genutzt. Der für diagnostische Zwecke (Sonographie) nutzbare Frequenzbereich reicht von etwa 1 MHz bis 15 MHz, für spezielle Zwecke wie Ultraschallmikroskopie bis 250 MHz. Den angewendeten Verfahren liegen im allgemeinen das Impuls-Echo-Verfahren oder die Doppler-Frequenzverschiebung durch bewegte Strukturen zugrunde.

Ultraschallwellen werden mit Hilfe des piezoelektrischen Effektes erzeugt. Eine Scheibe aus piezoelektrischer Keramik - der Ultraschallwandler oder Transducer - wird elektrisch zu Schwingungen angeregt. Sie schwingt mit ihrer Resonanzfrequenz f_r und verursacht so eine sich im umgebenden Medium ausbreitende Schallwelle.

Bei den Impuls-Echo-Verfahren A-Bild, B-Bild und TM (die Bezeichnungen kommen von den engl. Begriffen Amplitude, Brightness und Time Motion) wird der Ultraschallwandler durch einen sehr kurzen elektrischen Spannungsimpuls zu einer kurzzeitigen mechanischen Dickenschwingung und zum Aussenden eines Ultraschallimpulses angeregt (reziproker piezoelektrischer Effekt). Aus dem angekoppelten Medium auf denselben Wandler auftreffende Ultraschallwellen bewirken geringe Deformationen des Wandlers, die in dem piezoelektrischen Material in elektrische Spannungen umgewandelt werden (direkter piezoelektrischer Effekt).

Ein und derselbe Wandler kann deshalb sowohl als Sender als auch als Empfänger genutzt werden.

Unter akustischer Impedanz (Schallkennimpedanz, akustischer Widerstand) Z versteht man das Produkt aus den Materialkennzahlen Massendichte ρ und Schallgeschwindigkeit c :

$$Z = \rho \cdot c \quad (4)$$

Änderungen oder Sprünge der akustischen Impedanz (z.B. an Organgrenzflächen bei

medizinischen Ultraschalluntersuchungen) längs der Ausbreitungsrichtung führen zu einer teilweisen Reflexion der Schallwelle und damit gleichzeitig zu einer Schwächung in Ausbreitungsrichtung (siehe Abb. 1). Für den senkrechten Einfall einer Schallwelle auf eine Fläche gilt:

$$R = \frac{I_R}{I_0} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \quad (5)$$

(R = Reflexionsgrad; I_0, I_R = einfallende und reflektierte Intensität; Z_1, Z_2 = akustische Impedanzen).

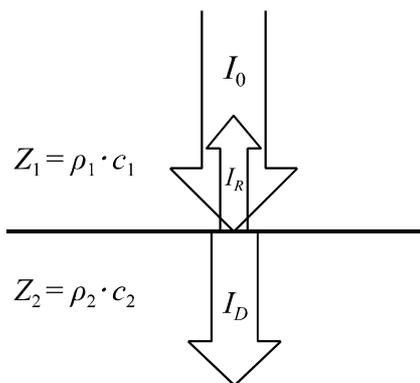


Abb. 1: Reflexion von Ultraschall an einer Grenzfläche zwischen zwei Stoffen unterschiedlicher Schallimpedanz

Der durch die Fläche hindurchgehende Anteil I_D berechnet sich nach

$$I_D = I_0 - I_R \quad (6)$$

Beim A-Bild-Verfahren wird die Amplitude der vom Schallwandler gesendeten sowie der empfangenen und verstärkten akustischen Impulse auf dem Monitor in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Die Echos von Strukturgrenzen im Medium, an denen sich die akustische Impedanz ändert, erscheinen im Bild als Zacken (Abb.2). Der zeitliche Abstand zwischen Sendepuls und Empfangsecho entspricht der doppelten Laufzeit t des akustischen Impulses zwischen Wandler und reflektierender Struktur. Bei bekannter Schallgeschwindigkeit c kann damit nach

$$c = \frac{2l}{t} \quad (7)$$

die Entfernung l zwischen beiden gemessen werden.

Beim B-Bild- oder Schnittbildverfahren wird die Amplitude des eindimensionalen A-Bild-Verfahrens in Grauwerte (Brightness) einer zweidimensionalen Hell-Dunkel-Darstellung umgesetzt. Durch Bewegung des Schallwandlers (siehe Abb.2) erhält man ein Schnittbild. Moderne Schallwandler für B-Bild-Geräte sind sogenannte Multielementwandler. Sie bestehen aus einer Zeile von vielen einzelnen Wandlerelementen. Eine Bewegung des Schallkopfes ist nicht mehr erforderlich, sie wird ersetzt durch die elektronische Ansteuerung der einzelnen Wandlerelemente.

Die Qualität des Ultraschallbildes wird durch das Auflösungsvermögen charakterisiert. Darunter versteht man den Kehrwert des kleinstmöglichen Abstandes zweier reflektierender Strukturen, die bei der Wiedergabe gerade noch als getrennte Punkte dargestellt werden können. Man unterscheidet das axiale (in Ausbreitungsrichtung) und das laterale Auflösungsvermögen (quer zur Ausbreitungsrichtung), siehe Abb.3.

Während das axiale Auflösungsvermögen vor allem durch die Dauer des Schallimpulses bestimmt wird, hängt das laterale Auflösungsvermögen stark von der Schallfeldgeometrie ab. So sind die Querabmessungen des Schallfeldes in einer bestimmten Entfernung vom Wandler minimal (Fokussierung),

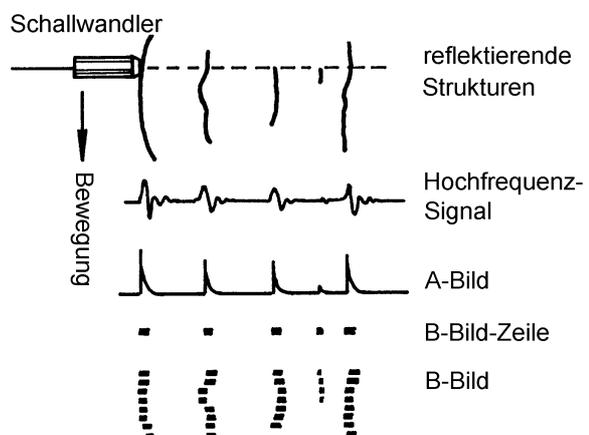


Abb. 2: Entstehung von A- und B-Bild

danach wird der Schallstrahl mit zunehmendem Abstand breiter und die Auflösung schlechter. Die Impulsdauer, der Querschnitt des Schallfeldes und der Abstand des Fokusbereiches vom Wandler werden mit wachsender Frequenz geringer. Daher werden mit höherer Ultraschallfrequenz sowohl die axiale als auch die laterale Auflösung besser. Jedoch wächst mit zunehmender Frequenz auch die Dämpfung der Ultraschallwellen, und damit wird der abbildbare Bereich (Eindringtiefe) kleiner.

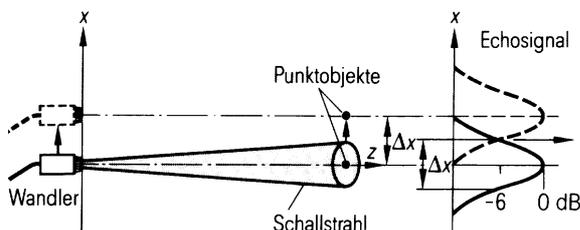


Abb. 3: Zum lateralen Auflösungsvermögen [nach: Krestl, Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik]

Die Interpretation eines Ultraschall-B-Bildes wird durch verschiedene Effekte erschwert:

- Schallschatten entstehen hinter stark reflektierenden Strukturen. Objekte hinter der Struktur bleiben unsichtbar.
- Mehrfachbilder können durch Mehrfachreflexion des Schalls zwischen einer stark reflektierenden Struktur und der Oberfläche auftreten.
- Abbildungsfehler (Lagefehler) können durch Brechung der Schallwellen an Strukturen mit unterschiedlicher Schallgeschwindigkeit entstehen.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Ultraschallgerät integriert in Computer
- 2 Schallköpfe (1 MHz; 2 MHz)
- PE-Körper mit Fehlstellen
- Messschieber

3.1 Die für den Versuch notwendige Elektronik befindet sich in einem Ultraschallgerät,

das in einen Computer integriert ist. Es ermöglicht ein A-Bild sowie (durch manuelle Bewegung des Schallkopfes) ein einfaches B-Bild. Die Darstellung erfolgt auf dem Computerbildschirm.

Zum Messen von Zeiten (bzw. Abständen) im A-Bild dienen zwei farbige Marker, die mit der Maus verschoben werden können. Die Messung der Amplitude erfolgt mit dem Maus-Cursor.

Regler an der Frontplatte des Computers dienen der Einstellung von (Sende-) Leistung und (Empfangs-) Verstärkung sowie der Laufzeit-Abhängigen Verstärkung (LAV). Weitere Hinweise zur Bedienung und Funktionsweise sind der am Platz ausliegenden Bedienungsanleitung zu entnehmen.

4 Versuchsdurchführung

Die Schallköpfe sind an der Vorderseite des Computers anzuschließen. Die Ankopplung der Schallwandler an den PE-Körper erfolgt mit Wasser. (Es ist nur ein dünner Wasserfilm erforderlich!)

4.1 Für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit sind mit einem Messschieber die Dicke l des PE-Körpers und aus der Zeitskala bei aufgesetztem Schallkopf der zeitliche Abstand t zwischen dem Beginn des Sendeo- (oder Initial-) Echos und dem Beginn des Endecho (Rückwandecho) zu bestimmen.

4.2 Der PE-Körper ist mit **beiden** Schallköpfen auf Fehlstellen zu untersuchen.

Um die Messungen zu erleichtern, wird zuerst die Schallgeschwindigkeit berechnet (siehe 5.1) und im Menüpunkt 'Einstellungen' eingeben. Danach wird die x-Achse (durch Klick auf den Button 'Tiefe') von Laufzeit auf Abstand umgestellt. Kontrollieren Sie, ob die Tiefe des Rückwandechos gleich der gemessenen Dicke des PE-Körpers ist!

Ein Schallkopf wird über die seitlichen Flächen des PE-Körpers geführt. Am Gerät sind dabei die Einstellungen für LAV, Lei-

stung und Verstärkung nach folgenden Gesichtspunkten zu variieren:

- Das gewünschte Echo darf nicht vom Initialecho überdeckt werden.
- Die mit zunehmender Eindringtiefe verbundene Schwächung muss ausgeglichen werden.
- Das Echosignal darf nicht übersteuert sein, damit eine genaue Lokalisation auf dem Schirm möglich ist.

Wenn Reflexe von Bohrlöchern gefunden und alle Einstellungen optimiert sind, schalten Sie um in den B-Bild-Modus. Mit dem B-Bild gewinnt man schnell einen Überblick über die Lage der Löcher.

Stellen Sie die ungefähre Größe des Körpers sowie Anfangs- und Endwert der Farbskala richtig ein, drücken Sie den Start/Stop-Button und führen Sie den Schallkopf langsam und gleichmäßig über den PE-Körper. Die Messung muss mit dem Start/Stop-Button beendet werden. Eventuell müssen Sie für ein gutes Bild ein wenig üben und alle Einstellungen weiter verbessern.

Das B-Bild kann ausgedruckt werden.

Bitte drucken Sie für jede Frequenz und pro Student nur einmal!

Die genaue Messung der Lage der Bohrlöcher muss im A-Bild erfolgen. Für alle Löcher sind die Abstände von der Oberfläche zu bestimmen. Die zweite Koordinate jedes Loches wird ermittelt, indem man die Messung nach Drehen des PE-Körpers um 90° wiederholt. Mit Hilfe des höherfrequenten Schallkopfes (besseres Auflösungsvermögen) ist nachzuprüfen, ob die gefundenen Fehlstellen möglicherweise zusätzlich strukturiert sind.

5 Auswertung

5.1 Die Schallgeschwindigkeit ist nach Gleichung (7) zu berechnen. Die Berechnung der Wellenlänge λ erfolgt für beide Wandler über die Gleichung (1). Der Elastizitätsmodul ist nach Gleichung (2) zu errechnen. ($v = 0,45$; $\rho = 0,932 \text{ g cm}^{-3}$)

5.2 Es ist auf Millimeterpapier im Maßstab 1 : 1 ein Schnitt des PE-Körpers mit Einzeichnung der Fehlstellen (Bohrungen) darzustellen.

Das B-Bild ist auf Artefakte (Schallschatten, Mehrfachbilder) zu untersuchen.

6 Literatur

Kamke/Walcher: Physik für Mediziner. B.G. Teubner, Stuttgart 1994

Fercher, A.F.: Medizinische Physik, Springer, 1992

Millner, R.: Wissensspeicher Ultraschalltechnik, Leipzig: Fachbuchverlag 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Welche physikalische Größe ist auf der Skale des Ultraschallgerätes dargestellt?

7.2 Warum ist eine Ankopplung von Ultraschallwandlern mittels Wasser oder Gel notwendig?

7.3 Welche Wellenlänge hat eine Ultraschallwelle in Polyethylen bei einer Frequenz von

- a) 1 MHz b) 2 MHz ?

Lineare Ausdehnung

W 1

1 Aufgabenstellung

Der lineare Ausdehnungskoeffizient zweier unbekannter Materialien ist zu bestimmen.

$$l_2 = l_1 \left[1 + \alpha (T_2 - T_1) \right], \quad (4)$$

bzw. mit $\Delta l = l_2 - l_1$

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T. \quad (5)$$

2 Grundlagen

In Festkörpern und Flüssigkeiten führen die Teilchen (Atome bzw. Moleküle) temperaturabhängige Schwingungen aus. Wegen der unsymmetrischen Potentialkurve der zwischenatomaren Bindung werden die mittleren Atomabstände mit zunehmender Schwingungsamplitude größer. Das äußert sich in einer Volumenausdehnung, in festen Körpern auch in einer Längenausdehnung. Diese ist in homogenen und isotropen Festkörpern (Metall, Polymere, Glas) in alle Richtungen gleich groß.

Bei der Erwärmung bzw. Abkühlung eines Stabes ändert sich seine Länge mit der Temperatur T . Ist l_0 die Länge des Stabes bei der Temperatur $T_0 = 0^\circ\text{C}$, so ist die Längenänderung $\Delta l_0 = l - l_0$

$$\Delta l_0 = \alpha l_0 (T - T_0) \quad (1)$$

Dabei ist α der lineare Ausdehnungskoeffizient (SI-Einheit: $1/\text{K}$), eine Materialgröße, die für das verwendete Metallrohr im Bereich von 0°C bis 100°C nur geringfügig von der Temperatur abhängt. Ist l_1 die Länge bei der Temperatur T_1 und l_2 die Länge bei der Temperatur T_2 , so ergibt sich:

$$\begin{aligned} l_1 &= l_0 \left[1 + \alpha (T_1 - T_0) \right] \\ l_2 &= l_0 \left[1 + \alpha (T_2 - T_0) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

und damit

$$l_2 = l_1 \frac{1 + \alpha (T_2 - T_0)}{1 + \alpha (T_1 - T_0)}. \quad (3)$$

Da α sehr klein ist, kann näherungsweise für (3) gesetzt werden:

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Messuhr
- Bandmaß
- Halterung mit zwei eingespannten Rohren
- Umwälzthermostat

3.1 Die Rohre sind einseitig eingespannt. Im Abstand l_1 von der Einspannung drückt jedes Rohr gegen den Stift einer Messuhr, so dass die Längenänderung Δl mit einer Genauigkeit von $1/100$ mm gemessen werden kann. Die Temperaturveränderungen werden mit Hilfe eines Thermostaten erzeugt, der temperiertes Wasser durch die Rohre pumpt.

4 Versuchsdurchführung

Studieren Sie die am Arbeitsplatz ausliegende Kurzanleitung zum Thermostaten. Schalten Sie zu Beginn auf keinen Fall die Thermostatheizung ein, das Wasserbad benötigt viel Zeit um wieder abzukühlen!

Der Thermostat wird ohne Heizung (vorgewählte Temperatur unterhalb der Raumtemperatur) in Betrieb genommen, damit die Rohre die Temperatur annehmen, die das Thermometer am Thermostaten anzeigt. Diese Temperatur wird abgelesen und die Messuhr auf Null gestellt.

Die Längen l_1 zwischen der Einspannung und der Stirnseite der Rohre ist mit dem Bandmaß zu messen.

Danach ist am Thermostat eine Temperatur einzustellen, die um ca. 10 K höher liegt als

die Ausgangstemperatur. Etwa 5 min nach Erreichen der Solltemperatur werden die Temperatur T und die dazugehörigen Längenänderungen Δl abgelesen.

Die Temperatur wird in Schritten von ca. 10 K weiter erhöht; dabei sind jeweils die Temperatur und die Längenänderungen in gleicher Weise zu messen, bis eine Temperatur von ca. 80°C erreicht ist.

Während der gesamten Messungen müssen Erschütterungen vermieden werden!

5 Auswertung

Entsprechend der Gleichung (5) ist die Längenänderung Δl in Abhängigkeit von der Temperatur T graphisch darzustellen. Der Anstieg der Kurve ist durch lineare Regression zu ermitteln. Aus dem Anstieg ist der lineare Ausdehnungskoeffizient α zu berechnen.

Es ist eine Fehlerrechnung durchzuführen.

Anhand des Ausdehnungskoeffizienten ist das Material der Rohre zu bestimmen.

6 Literatur

Haas, U.; Physik für Pharmazeuten und Mediziner, WVG Stuttgart, 2002

Harten, H.-U. Physik für Mediziner. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

7 Kontrollfragen

7.1 Welche physikalischen Phänomene werden zur Temperaturmessung genutzt?

7.2 Weshalb ist die Wärmekapazität eines Thermometers für die Temperaturmessung von Bedeutung?

7.3 Um wieviel wird ein 1 m langer Metallstab bei Erwärmung um 10 K etwa länger?

Spezifische Wärme von Metallen

W 6

1 Aufgabenstellung

Die spezifische Wärmekapazität von drei verschiedenen Metallen ist zu bestimmen.

2 Grundlagen

Die Aufnahme oder Abgabe einer bestimmten Wärmemenge Q ist mit der Temperaturänderungen eines Körpers verbunden, sofern nicht chemische Reaktionen oder Änderungen des Aggregatzustandes erfolgen. Dabei kann der Wärmetransport von einem Körper zum anderen über Wärmeleitung (Konduktion), Wärmeströmung (Konvektion) und Wärmestrahlung erfolgen.

Betrachtet man ein abgeschlossenes System

(kein Stoff- und Energieaustausch mit der Umgebung), dann gilt der Energieerhaltungssatz, d. h. die Summe der Wärmeenergien aller am Wärmeaustausch beteiligten Körper ist konstant. Ein Kalorimeter stellt die näherungsweise experimentelle Umsetzung eines abgeschlossenen Systems dar.

Neben den genannten Mechanismen des Wärmetransports spielen für die menschliche Wärmeregulation eine wesentliche Rolle:

- die Verdampfungswärme des von der Haut und Respirationsflächen verdunsteten Wassers (Evaporation)
- die Erwärmung der eingeatmeten Luft bzw. der kalten Speisen und Getränke auf Körpertemperatur.

Den inneren Wärmehaushalt des Körpers

steuern vielfältige physiologische Regulationsprozesse. Körperregionen, Organe und Zellen können als lokale thermodynamische Systeme aufgefasst werden, die im Gegensatz zum Kalorimeter als offene Systeme anzusehen sind.

Die Wärmekapazität C ist definiert als das Verhältnis zwischen der dem Körper zugeführten Wärme Q und der dadurch hervorgerufenen Temperaturerhöhung ΔT . Die spezifische Wärme c ist die Wärmekapazität pro Masseneinheit:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m\Delta T}. \quad (1)$$

Um eine Substanz der Temperatur T_1 auf eine Temperatur $T_2 = T_1 + \Delta T$ zu erwärmen, muss ihr die Wärmemenge

$$Q = C \cdot (T_2 - T_1) = m \cdot c \cdot \Delta T \quad (2)$$

zugeführt werden.

Die Messung der spezifischen Wärme geschieht in einem Mischungskalorimeter.

Das Kalorimetergefäß hat die Masse m_K und die spezifische Wärmekapazität c_K . Im Kalorimetergefäß befindet sich Wasser der Masse m_W und der spezifischen Wärmekapazität c_W . Gefäß und Wasser haben zunächst die Temperatur T_1 . Dann wird ein heißes Metallstück der Masse m_M mit der Temperatur T_H in das Kalorimeter eingeführt. Durch Wärmeaustausch stellt sich nach einiger Zeit die Mischtemperatur T_2 ein.

Bei diesem Vorgang gibt der Metallkörper die Wärmemenge Q_M ab, das Wasser nimmt die Wärmemenge Q_W und das Kalorimeter die Wärmemenge Q_K auf. Nach dem Energieerhaltungssatz gilt:

$$\begin{aligned} Q_M &= Q_W + Q_K \\ m_M c_M (T_H - T_2) &= \\ m_W c_W (T_2 - T_1) + m_K c_K (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (3)$$

Für die spezifische Wärmekapazität c_M des Metalls ergibt sich daraus:

$$c_M = \frac{(m_W c_W + m_K c_K)(T_2 - T_1)}{m_M (T_H - T_2)}. \quad (4)$$

Ein reales Kalorimeter ist kein vollständig abgeschlossenes System, sondern gibt im Verlaufe des Experiments Wärme an die Umgebung ab bzw. nimmt Wärme auf. Der Fehler, der durch den Wärmeaustausch mit der Umgebung entsteht, kann minimiert werden, wenn man die Temperaturen T_1 und T_2 entsprechend Abb.1 graphisch aus einem Temperatur-Zeit-Diagramm bestimmt.

Dazu wird der Temperaturverlauf im Kalorimeter während des gesamten Experiments in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen. In das Diagramm wird dann eine Senkrechte so eingetragen, dass die entstehenden Flächen ABC und CDE etwa gleich groß sind. Die Temperaturen T_1 und T_2 ergeben sich dann aus den Schnittpunkten der an die gemessene Kurve angelegten Tangenten mit der Senkrechten (siehe Abb.1).

Die Senkrechte repräsentiert einen idealisierten adiabatischen Prozess, der in einem unendlich kurzen Zeitraum ($\Delta t \rightarrow 0$) abläuft, so dass während dieser Zeit kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann.

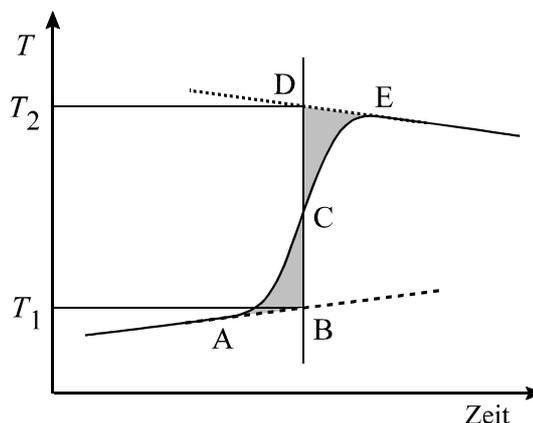


Abb.1: Temperatur-Zeit-Diagramm

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Kalorimeter

- Magnetrührer, Rührstäbchen
- Digitalthermometer
- 3 Probekörper
- Gefäß zur Erwärmung der Probekörper
- Laborkocher
- Stoppuhr
- Waagen (0,1 g und 0,001 g Auflösung)

3.1 Das Kalorimeter besteht aus einem inneren und einem äußeren Gefäß mit Deckel zur Wärmeisolierung.

Das Temperaturmessgerät hat eine Messgenauigkeit von 0,2 K und eine Auflösung von 0,1 K. Durch langes Drücken der Taste T_n wird die Differenz zur augenblicklichen Temperatur mit einer Auflösung von 0,01 K angezeigt.

4 Versuchsdurchführung

Zunächst werden die Massen der Probekörper (m_M) und die Masse des Kalorimeters m_K (inneres Gefäß) bestimmt.

Das innere Gefäß des Kalorimeters wird mit etwa 600 ml Wasser gefüllt. Die Wassermasse ist mit einer geeigneten Waage zu bestimmen. Die Wassertemperatur sollte etwa 2...3 K unter der Raumtemperatur liegen.

Protokollieren Sie die Anfangstemperatur des Wassers und schalten Sie dann das Digitalthermometer auf 1/100 K -Anzeige um.

Üben Sie einmal, einen Probekörper möglichst schnell und ohne anzustoßen in das Kalorimeter einzuhängen.

Die Probekörper sind in siedendem Wasser zu erwärmen. Es ist darauf zu achten, dass die Körper vollständig eintauchen und genügend lange (etwa 10 min) im Wasserbad verweilen, damit die Zuordnung der Siedetemperatur bei gegebenem Luftdruck zur Körpertemperatur des erwärmten Probekörpers gerechtfertigt ist. Die Probekörper dürfen weder den Rand noch den Boden des Gefäßes berühren.

Während des gesamten Experiments muss Der Rührer gleichmäßig laufen.

Bei der Bestimmung der Temperaturen T_1 und

T_2 für alle drei Probekörper soll der Wärmeaustausch zwischen Kalorimeter und Umgebung entsprechend Abb.1 berücksichtigt werden. Deshalb ist der Temperaturverlauf im Kalorimeter über einen längeren Zeitraum zu registrieren, indem in Abständen von 30 Sekunden die Anzeige des Thermometers protokolliert wird. Am besten geht man nach folgendem Plan vor:

t / min	
0	Beginn der Temperaturmessung (Vorperiode)
5	Körper 1 in Kalorimeter tauchen
10	Körper 1 herausnehmen
11	Körper 2 in Kalorimeter tauchen
16	Körper 2 herausnehmen
17	Körper 3 in Kalorimeter tauchen
23	Ende der Messung (Nachperiode)

Für die Bestimmung der Siedetemperatur T_B wird der Luftdruck am Barometer (an der Wand an der Fensterseite) abgelesen und entsprechend der Umrechnungstabelle die Siedetemperatur ermittelt.

5 Auswertung

Der Temperaturverlauf im Kalorimeter wird in Abhängigkeit von der Zeit graphisch dargestellt (vergl. Abb1). Die Bestimmung von T_1 und T_2 kann für alle drei Probekörper in einem Diagramm vorgenommen werden. Die spezifische Wärmekapazität der Metalle ist nach Gleichung (4) zu berechnen. Dabei sind folgende Werte zu verwenden:

spezifische Wärmekapazität des Wassers:

$$c_w = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

spezifische Wärmekapazität des Gefäßes:

$$c_K = 920 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Für die Masse m_K des Kalorimeters ist die Summe aus der Masse des inneren Gefäßes und der Masse des Rührers einzusetzen.

Die Siedetemperatur des Wassers ist anhand des gemessenen Luftdrucks einer Tabelle zu entnehmen.

Mit Hilfe der Messergebnisse sind die unbekanntenen Metalle zu bestimmen.

6 Literatur

Haas, U.; Physik für Pharmazeuten und Mediziner, WVG Stuttgart, 2002

Trautwein, A., Kreibitz, U., Oberhausen, E.; Physik für Mediziner, de Gruyter, 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie die Begriffe Wärmekapazität, Temperatur, abgeschlossenes thermodynamisches System, thermodynamisches Gleichgewicht!

7.2 Nennen Sie Temperaturmessverfahren!

7.3 Erläutern Sie den ersten und zweiten Hauptsatz der Thermodynamik!

Luftfeuchtigkeit

W 12

1 Aufgabenstellung

1.1 Ein Kupfer-Konstantan-Thermoelement ist zu kalibrieren.

1.2 Die relative Luftfeuchtigkeit ist mit Hilfe eines Taupunkt-Hygrometers zu bestimmen.

1.3 Das RAOULTsche Gesetz (Dampfdruckerniedrigung in Lösungen) ist qualitativ zu bestätigen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Thermoelement: In einem (isolierten) elektrischen Leiter wird durch einen Temperaturgradienten eine elektrische Potentialdifferenz erzeugt (absoluter SEEBECK-Effekt),

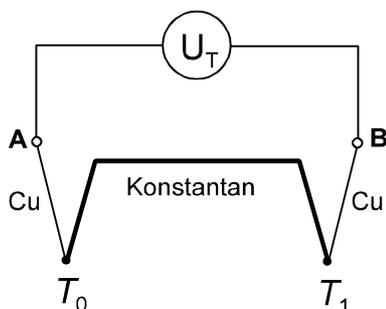


Abb.1: Kupfer-Konstantan-Thermoelement

die jedoch nicht unmittelbar messbar ist. Verbindet man zwei verschiedene Leiter, z. B. Kupfer und Konstantan wie in Abb.1, zu einem Stromkreis und bringt die beiden Kontaktstellen auf verschiedene Temperaturen T_0 und T_1 , so entstehen in den beiden Leitern unterschiedliche innere Potentiale. Zwischen den Punkten A und B tritt die Differenz der beiden Potentiale auf, die sogenannte Thermospannung. Dies wird als SEEBECK-Effekt bezeichnet.

Die Thermospannung U_T ist näherungsweise proportional zur Temperaturdifferenz $\Delta T = T_1 - T_0$:

$$U_T = \alpha \cdot \Delta T. \quad (1)$$

Der Koeffizient α heißt Thermokraft oder Seebeckkoeffizient und ist von beiden Materialien abhängig.

Thermoelemente werden häufig zur Temperaturmessung verwendet. Sie bieten den Vorteil, dass sich die Thermospannungen unmittelbar als Eingangssignale für Computer, Steuer- und Regelgeräte nutzen lassen.

2.2 Luftfeuchtigkeit nennt man den Gehalt der Luft an Wasserdampf.

Die absolute Luftfeuchtigkeit f_a ist die Wasserdampfmasse m_d pro Volumen V der Luft:

$$f_a = \frac{m_d}{V}. \quad (2)$$

Die relative Luftfeuchtigkeit f_r ist das Verhältnis der vorhandenen Wasserdampfmenge zur Sättigungsmenge bzw. das Verhältnis des vorhandenen Dampfdruckes p_d zum Sättigungsdampfdruck p_s bei der vorliegenden Temperatur T :

$$f_r = \frac{p_d}{p_s}. \quad (3)$$

Die relative Luftfeuchtigkeit wird meist in Prozent angegeben.

In einem geschlossenen Gefäß, in dem sich reines Wasser und darüber Luft befinden, verdampft ein Teil des Wassers, bis der Raum oberhalb der Flüssigkeit mit Wasserdampf gesättigt ist. Es bildet sich im thermodynamischen Gleichgewicht der Sättigungsdampfdruck p_s aus, der nur von der Art der Flüssigkeit (hier Wasser) und von der Temperatur (etwa exponentiell) abhängt. Die relative Luftfeuchtigkeit beträgt in diesem Fall 100 %.

Ist die Flüssigkeit im geschlossenen Gefäß eine wässrige Lösung, so ist der Sättigungsdampfdruck über der Lösung entsprechend dem RAOULTSchen Gesetz um Δp verringert. Diese Dampfdruckerniedrigung ist unabhängig von der Art des gelösten Stoffes, sie hängt nur von der Anzahl der gelösten Teilchen ab:

$$\frac{\Delta p}{p_s} = \frac{p_s - p_{s,L}}{p_s} = x = \frac{n_2}{n_1 + n_2}. \quad (4)$$

Dabei ist x der Molenbruch des gelösten Stoffes (n_2 : Menge der gelösten Teilchen, n_1 : Teilchenmenge des Lösungsmittels), p_s ist der Sättigungsdampfdruck des reinen Lösungsmittels und $p_{s,L}$ der der Lösung. Bei der Bestimmung von x muss die Dissoziation des gelösten Stoffes berücksichtigt werden. Das Raoult'sche Gesetz gilt nur für $n_2 \ll n_1$, bei höheren Konzentrationen x ist die beobachtete Dampfdruckerniedrigung geringer. Infolge des Raoult'schen Gesetzes ist die Luftfeuchtigkeit über einer Lösung kleiner als 100 %.

Ist bei der Temperatur T die Luftfeuchtigkeit im Raum kleiner als 100 %, so kann man 100 %ige Luftfeuchtigkeit erreichen, indem man die Temperatur erniedrigt. Ab einer bestimmten Temperatur τ , dem Taupunkt, kondensiert der Wasserdampf und schneidet sich z. B. auf einer Oberfläche ab. Dies dient zur Messung der Luftfeuchtigkeit mit einem Taupunkthygrometer: Anhand der Temperatur τ kann der zugehörige Sättigungsdampfdruck $p_s(\tau)$ ermittelt werden, der gleich dem Dampfdruck $p_d(T)$ ist. Die relative Luftfeuchtigkeit f_r ergibt sich dann aus

$$f_r = \frac{p_d(T)}{p_s(T)} = \frac{p_s(\tau)}{p_s(T)}. \quad (5)$$

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

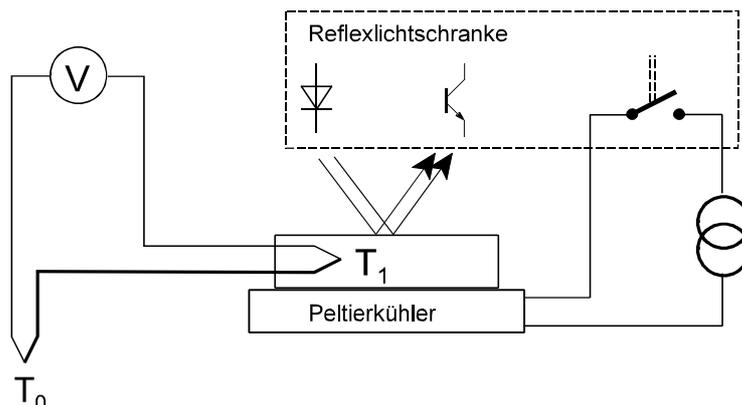
- Taupunkthygrometer (Alu-Grundkörper mit Peltierkühler, Metallspiegel, Thermoelement und Lichtschranke, Abdeckhaube)
- Steuergerät für Lichtschranke
- Stromversorgungsgerät für Peltierkühler
- Kupfer-Konstantan-Thermoelement, eine Lötstelle in Röhrchen mit Gallium
- 2 Bechergläser
- flache Schale
- Flasche mit 3 molarer CaCl_2 -Lösung
- Sensor-Cassy mit μV -BOX
- Computer, CassyLab-Software

3.1 Zur Kalibrierung des Kupfer-Konstantan-Thermoelementes dienen zwei Fixpunkte: der Schmelzpunkt von Wasser und der von Gallium ($T_s = 29,5 \text{ }^\circ\text{C}$). Die Thermospannung wird mittels Sensor-Cassy/ μV -Box und Computer gemessen.

Eine Kurzanleitung zur Benutzung der Cassy-Lab Software befindet sich im Anhang.

3.2 Das Taupunkthygrometer (Abb.2) besitzt eine abkühlbare, spiegelnde Metallfläche (polierter Aluminiumblock), deren Temperatur gemessen und deren Bedeckung mit kondensiertem Wasserdampf beobachtet

Abb.2:
Versuchsaufbau zur Bestimmung der Luftfeuchte



werden kann. Zur Temperaturerniedrigung dient ein Halbleiterkühlelement (Nutzung des Peltier-Effektes), das mit Hilfe eines Stromversorgungsgerätes (30V/1,5A; Betrieb als Konstantstromquelle) betrieben wird. Die Temperaturmessung erfolgt mit einem Kupfer-Konstantan-Thermoelement, dessen Messstelle sich im Kupferblock befindet und die Vergleichsstelle bei 0°C in einem Eis-Wasser-Gemisch. Die Thermospannung wird mit der μV -Box des Sensor-Cassy gemessen und mit Hilfe des Computers registriert. Zur reproduzierbaren Beobachtung der Wasserdampf-Kondensation dient eine Reflexlichtschranke mit Anzeige-LED und Relaisausgang. Das Relais der Lichtschranke ermöglicht eine einfache Temperaturregelung zum Erreichen des Taupunktes, indem es den Kühlerstrom entsprechend der Betauung des Spiegels automatisch ein- und ausschaltet.

3.3 Das Taupunkthygrometer befindet sich zusammen mit einer Schale mit Wasser bzw. 3 molarer CaCl_2 -Lösung unter einer Plastikhaube.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Die Schaltung wird entsprechend Abb. 1 aufgebaut. Als Spannungsmesser dient die μV -Box des Sensor-Cassy. Starten Sie das Programm CASSYLab-W12 erst, nachdem das Messgerät mit Strom versorgt ist. Alle Einstellungen im Programm (Messbereich, Messintervall etc.) sind bereits richtig voreingestellt. Mit der Taste F9 oder Mausklick

auf  wird die Aufzeichnung einer Messreihe gestartet und auch wieder beendet.

Ein Becherglas wird mit gestoßenem Eis und (nicht zuviel) Wasser gefüllt, das zweite Glas mit heißem Wasser. Die Vergleichs-Lötstelle des verwendeten Thermoelementes wird in das Eis-Wasser-Gemisch getaucht. Zur Kalibrierung des Kupfer-Konstantan-Thermoelementes wird eine Messreihe gestartet und das Röhrchen mit Gallium in das heiße Wasser getaucht. Bei einer Temperatur von $T_1 = 29,5^{\circ}\text{C}$ schmilzt das Gallium, so dass die Spannungs-Zeit-Kurve einen Haltepunkt aufweist, bis das gesamte Gallium geschmolzen ist. Bringt man danach das Röhrchen in das Becherglas mit dem Eis-Wasser-Gemisch, so zeigt der Spannungsverlauf bei $T_1 = 29,5^{\circ}\text{C}$ wieder einen Haltepunkt (evtl. erst nach einer Unterkühlung der Galliumschmelze). Aus dem Mittelwert der Haltepunkte beim Schmelzen und beim Erstarren des Galliums wird mit (1) der Seebeck-Koeffizient α des Kupfer-Konstantan-Thermoelementes berechnet.

4.2 Die Versuchsanordnung ist entsprechend Abb.2 aufzubauen. Die Vergleichs-Lötstelle des Thermoelementes des Taupunkthygrometers muss sich im Eis-Wasser-Gemisch befinden. Die Thermospannung wird wie unter 4.1 mit Hilfe des Computers registriert. Der Schaltzustand der Lichtschranke wird durch eine LED signalisiert. Die Komparatorschwelle wird so eingestellt, dass bei nicht beschlagenem Spiegel gerade noch Reflexion angezeigt wird (LED leuchtet), bei beschlage-

nem Spiegel jedoch die LED erlischt. Nach dem Start einer Messreihe in CassyLab wird die Stromversorgung des Kühlers eingeschaltet und die Thermospannung registriert (Kühlerstrom $I \approx 1$ A mittels Stromregler einstellen). Die LED der Lichtschranke leuchtet. Wenn der Taupunkt unterschritten wird, erlischt die LED und der Kühlerstrom wird durch das Relais unterbrochen. Die Temperatur im Taupunkthygrometer steigt wieder; der Belag auf der Spiegelfläche verdampft, so dass die LED wieder aufleuchtet und der Kühler automatisch wieder eingeschaltet wird. Auf diese Weise ergeben sich „Regelschwingungen“ um die Thermospannung, die dem Taupunkt entspricht. Die Regelung funktioniert am besten, wenn der Kühlerstrom so eingestellt wird, dass Abkühl- und Aufheizgeschwindigkeit etwa gleich sind. (Warum?) Es werden etwa 10 Regelschwingungen aufgezeichnet. Nach Beendigung der Messung ist der Kühler auszuschalten.

Die Thermospannung am Taupunkt ist durch Mittelwertbildung im Programm CassyLab zu bestimmen.

4.3 Zum Nachweis des Raoult'schen Gesetzes wird neben das Hygrometer eine Schale mit Wasser gestellt, dessen Temperatur gleich der Raumtemperatur ist. Hygrometer und Wasserschale werden gemeinsam mit der Plastikhaube abgedeckt. Die Luftfeuchtigkeit unter der Haube wird nun langsam bis auf nahezu 100 % ansteigen. Nach 20...30 min wird die Messung gestartet und der Kühlerstrom eingeschaltet (günstig sind hier etwa 0,2...0,5 A). Die Thermospannung wird solange aufgezeichnet, bis sich der Taupunkt nicht mehr ändert (etwa 5 min). Der Versuch wird wiederholt, wobei die Schale nun mit 3 molarer CaCl_2 -Lösung gefüllt ist. Die o.g. Wartezeit ist wieder einzuhalten; die Messkurve wird in das selbe Diagramm geschrieben.

Die Thermospannungen am Taupunkt werden durch Mittelwertbildung im Programm CassyLab bestimmt.

Die CaCl_2 -Lösung wird nach Versuchsende wieder in die Flasche zurück gefüllt!

5 Auswertung

5.1 Das Messdiagramm $U_T(t)$ ist auszudrucken. Der Seebeck-Koeffizient α des Kupfer-Konstantan-Thermoelementes ist nach Gl. (1) zu berechnen.

5.2 Das Messdiagramm $U_T(t)$ ist auszudrucken. Die Raumtemperatur und der Taupunkt sind aus U_T zu ermitteln. Die relative Luftfeuchtigkeit f_r wird nach (5) berechnet, wobei die Sättigungsdampfdrücke der beiliegenden Tabelle entnommen werden.

5.3 Die Taupunkte und die relativen Luftfeuchtigkeiten über Wasser und 3 molarer CaCl_2 -Lösung (Dichte: $1,25 \text{ g cm}^{-3}$, Dissoziationsgrad 100%) werden wie unter 5.2 ermittelt. Die durch Dampfdruckerniedrigung nach dem Raoult'schen Gesetz zu erwartende Luftfeuchtigkeit über der CaCl_2 -Lösung ist mit Hilfe Gl. (4) zu berechnen. Die gemessenen Luftfeuchtigkeiten sind mit den theoretisch erwarteten Werten zu vergleichen.

Hilfe zur Berechnung des Molenbruches:

m_{CaCl_2} und $m_{\text{H}_2\text{O}}$ sind die Massen, n_{CaCl_2} und $n_{\text{H}_2\text{O}}$ die Stoffmengen und M_{CaCl_2} und $M_{\text{H}_2\text{O}}$ die Molmassen der CaCl_2 - und der H_2O -Moleküle in $V = 1$ l Salzlösung. Dann ist die Dichte der Lösung

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m_{\text{CaCl}_2} + m_{\text{H}_2\text{O}}}{V} \\ &= \frac{n_{\text{CaCl}_2} M_{\text{CaCl}_2} + n_{\text{H}_2\text{O}} M_{\text{H}_2\text{O}}}{V} \end{aligned} \quad (6)$$

Daraus ergibt sich die Teilchenmenge des Lösungsmittels

$$n_1 = n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\rho V - n_{\text{CaCl}_2} M_{\text{CaCl}_2}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (7)$$

Wegen der Dissoziation ist die Menge der gelösten Teilchen

$$n_2 = 3 \cdot n_{\text{CaCl}_2} \quad (8)$$

6 Literatur

Bergmann - Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik. de Gruyter Lehrbuch, 11. Auflage 1998

Kamke/Walcher: Physik für Mediziner. B.G. Teubner, Stuttgart 1994

Haas, U.: Physik für Pharmazeuten und Mediziner. WVG Stuttgart 2002

7 Kontrollfragen

7.1 Erklären Sie die Entstehung von Wettererscheinungen wie Regen, Nebel, Tau!

7.2 Wie funktioniert ein Thermoelement?

7.3 Bei welcher Temperatur siedet eine Salzlösung (in Wasser)?

Spezifische Wärme von Flüssigkeiten

W 17

1 Aufgabenstellung

Die spezifische Wärmekapazität von Wasser ist zu bestimmen.

$$c = \frac{UIt - C_K(T_2 - T_1)}{m(T_2 - T_1)}. \quad (6)$$

2 Grundlagen

Siehe Grundlagen zum Versuch W 6 !

Im durchzuführenden Versuch befindet sich in einem Kalorimeter mit der Wärmekapazität C_K Wasser der Masse m und der spezifischen Wärmekapazität c . Durch eine elektrische Heizung im Kalorimeter kann dem Wasser definiert Wärme zugeführt werden. Gefäß und Wasser haben zunächst die Temperatur T_1 . Wird die Heizung eingeschaltet, so werden Kalorimeter und Wasser bis zur Temperatur T_2 erwärmt. Dabei ist die von der Heizung in der Zeit t abgegebene Wärmemenge Q

$$Q = U \cdot I \cdot t, \quad (5)$$

wobei U die Spannung und I die Stromstärke sind. Die vom Wasser aufgenommene Wärmemenge Q_w und die vom Kalorimeter aufgenommene Wärmemenge Q_K sind nach der Energieerhaltung gleich Q (siehe Gl.(3)). Daraus ergibt sich für die spezifische Wärmekapazität c des Wassers:

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- 1 Kalorimeter mit elektrischer Heizung
- 1 elektronisches Thermometer
- 1 Stoppuhr
- 1 Magnetrührer
- 1 Magnetrührstäbchen
- 1 Stromversorgungsgerät
- 2 Vielmessgeräte
- Verbindungskabel

3.1 Das Kalorimeter besteht aus einem inneren Gefäß, das gegenüber dem äußeren Gefäß wärmeisoliert ist, sowie dem Deckel. Das Schaltbild für den Anschluss der Heizung ist in Abb. 2 gezeigt.

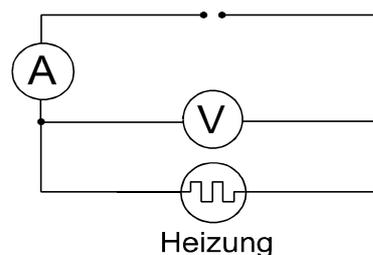


Abb.2: Schaltbild des Versuchsaufbaus

4 Versuchsdurchführung

Das Kalorimeter wird bis ca. 2 cm unter dem Rand mit Wasser gefüllt. Die Wassertemperatur sollte etwa der Raumtemperatur entsprechen. Die Wassermasse m ist mit einer geeigneten Waage zu bestimmen.

Die elektrische Schaltung wird entsprechend Abb. 2 aufgebaut. Die Schaltung ist einem Assistenten vor Inbetriebnahme vorzuführen! Der Rührer muss während des gesamten Experiments gleichmäßig laufen!

Zur Bestimmung der Temperaturen T_1 und T_2 ist der Temperaturverlauf im Kalorimeter in einem Zeitraum von 28 min fortlaufend zu registrieren. In Abständen von 30 Sekunden ist die Anzeige des elektronischen Thermometers abzulesen:

- 10 min bevor die Heizung eingeschaltet wird,
- während einer Heizperiode von 8 min und
- 10 min nach Abschalten der Heizung.

Am Stromversorgungsgerät ist der Strom mit Beginn der Heizperiode auf 1,8 A einzustellen. Es ist darauf zu achten, dass während der Heizperiode die Spannung U und der Strom I konstant bleiben. Sie werden mit den beiden Vielfachmessgeräten in geeigneten Messbereichen bestimmt.

Nach Beendigung des Versuches bitte das Kalorimeter ausleeren und zum Trocknen offen stehen lassen!

5 Versuchsauswertung

Zur Bestimmung von T_1 und T_2 wird ein Temperatur-Zeit-Diagramm entsprechend Abb.1 (Versuch W 6) gezeichnet.

Die spezifische Wärmekapazität der Flüssigkeit c ist nach Gleichung (6) zu berechnen.

Die Wärmekapazität des Kalorimeters C_K beträgt $(66 \pm 10) \text{ J K}^{-1}$.

Führen Sie eine Fehlerrechnung durch und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Tabellenwert !

6 Literatur

Haas, U.; Physik für Pharmazeuten und Mediziner. WVG Stuttgart, 2002

Trautwein, A., Kreibitz, U., Oberhausen, E.: Physik für Mediziner. de Gruyter Berlin-New York 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie die Begriffe Wärmekapazität, Wärmemenge, Temperatur, adiabatischer Prozess, thermodynamisches Gleichgewicht!

7.2 Was besagen die Hauptsätze der Thermodynamik?

7.3 Was muss bei der Temperaturmessung eines Objektes beachtet werden?

Diffusion

W 25

1 Aufgabenstellung

Der Diffusionskoeffizient eines unbekanntes Salzes in Wasser soll bestimmt werden. Hierfür ist

1.1 die elektrische Leitfähigkeit zweier Salz-

lösungen in Abhängigkeit von der Konzentration zu messen (Erstellung von Kalibrierkurven),

1.2 die Apparatekonstante der Diffusionszelle zu bestimmen durch Messung der Diffusion eines bekanntes Salzes (KCl),

1.3 der gesuchte Diffusionskoeffizient zu bestimmen durch Wiederholung der Messung zu 1.2 mit dem unbekanntem Salz.

2 Grundlagen

Diffusion ist eine Form des Massetransports in Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen, der durch die mikroskopische, ungeordnete Bewegung der Teilchen (Brownsche Bewegung) hervorgerufen wird und so gerichtet ist, dass sich ein lokales räumliches Konzentrationsgefälle (Konzentrationsgradient) ausgleicht. Sie besitzt große Bedeutung in der zellulären und organismischen Physiologie. In einem einphasigen System bei konstanter Temperatur und dem Fehlen äußerer Kräfte sorgt die Diffusion für eine gleichmäßige Konzentration der Komponenten der Phase im gesamten System.

Diffusion durch eine semipermeable Wand (permeabel für das Lösungsmittel, nicht aber für gelöste Stoffe) führt zur Osmose.

Um den eindimensionalen Diffusionsvorgang quantitativ zu beschreiben, wird der Diffusionsfluss (auch Teilchenstrom) J definiert als die Stoffmenge, die netto pro Zeiteinheit in positive x -Richtung durch eine senkrecht zu dieser Richtung angeordnete Fläche A hindurchtritt. Die Einheit des Diffusionsflusses ist mol/s. Bezieht man den Diffusionsfluss auf die Fläche A , so spricht man von dem spezifischen Diffusionsfluss oder der Diffusionsstromdichte $\Phi = J/A$.

Der Diffusionsfluss ist im isothermen Fall proportional zur betrachteten Querschnittsfläche A und zum Konzentrationsgradienten dc/dx (1. FICKSches Gesetz):

$$J = -D \cdot A \cdot \left(\frac{dc}{dx} \right). \quad (1)$$

Dabei ist D der Diffusionskoeffizient (Einheit: $m^2 s^{-1}$), eine Materialkennzahl für die Beweglichkeit der Teilchen in der Phase. Das negative Vorzeichen in (1) gibt an, dass der Teilchenfluss in Richtung abnehmender

Konzentration verläuft. Der Diffusionskoeffizient ist abhängig von der Temperatur, der Konzentration der Komponente und von der Art und Konzentration anderer Komponenten. Er nimmt mit steigender Temperatur (häufig exponentiell) zu.

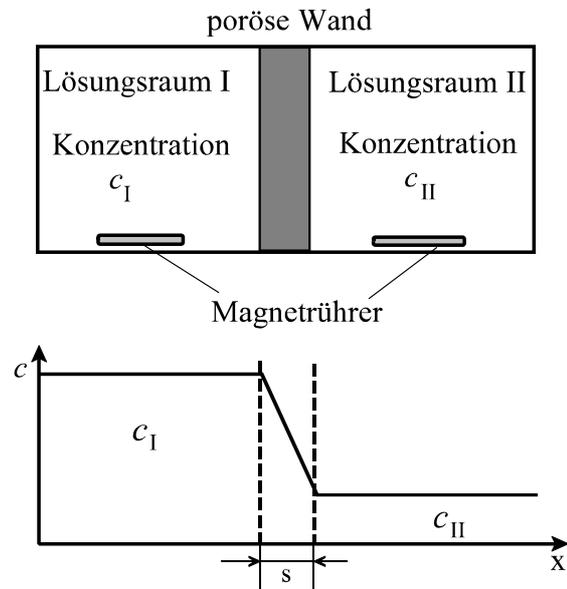


Abb.1: Messkammer und Konzentrationsprofil

Als einfache Anwendung des 1. FICKSchen Gesetzes soll die stationäre Diffusion zwischen zwei Lösungsräumen untersucht werden, die durch eine feinporige Wand der Dicke s getrennt sind (Abb.1). Wenn jeder der beiden Lösungsräume gut durchmischt wird (z.B. durch einen Rührer), kann man in jedem der beiden Räume eine ortsunabhängige Konzentration annehmen. Das gesamte Konzentrationsgefälle erstreckt sich dann über die feinporige Trennwand, in dieser ist

$$\frac{dc}{dx} = - \frac{(c_I - c_{II})}{s}. \quad (2)$$

Da bei der experimentellen Realisierung die beiden Lösungsräume relativ groß sind und die Bedingung $c_I \gg c_{II}$ während der gesamten Messzeit erfüllt ist, vereinfacht sich (2) zu

$$\frac{dc}{dx} = - \frac{c_I}{s} \quad (3)$$

und der Diffusionsfluss J wird entsprechend Gl. (1) zeitlich konstant.

Die Konzentration c_{II} ergibt sich bei konstantem Zustrom von Ionen in den Lösungsraum II mit dem Volumen V zu

$$c_{II} = \frac{J \cdot t}{V}. \quad (4)$$

Fasst man die gerätespezifischen Größen zu einer Apparatekonstanten

$$\beta = \frac{A}{V \cdot s} \quad (5)$$

zusammen, so ergibt sich aus (4) mit (1), (3) und (5) ein linearer Anstieg der Konzentration c_{II} im Lösungsraum II in Abhängigkeit von der Zeit

$$c_{II}(t) = c_I \cdot \beta \cdot D \cdot t \quad (6)$$

mit dem Anstieg

$$\frac{dc_{II}}{dt} = c_I \cdot \beta \cdot D. \quad (7)$$

Misst man c_{II} in Abhängigkeit von der Zeit t , so kann also aus dem Anstieg der Messkurve bei bekannter Apparatekonstante β und Konzentration c_I der Diffusionskoeffizient D bestimmt werden. Die Apparatekonstante kann durch die Messung mit einer Substanz mit bekanntem Diffusionskoeffizienten bestimmt werden.

Im 1. FICKschen Gesetz (Gleichung (1)) steht der Gradient der Stoffmengenkonzentration (Molarität, Einheit mol/l). Da in (6) und (7) die Konzentration auf beiden Seiten der Gleichung steht, kann sie dort durch die Massenkonzentration (Einheit g/l) ersetzt werden. Damit ist es für die Bestimmung des Diffusionskoeffizienten nicht notwendig, die Molmasse des gelösten Salzes zu kennen. Im Weiteren werden deshalb für alle Konzentrationsangaben Massenkonzentrationen in g/l verwendet.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- 1 Einzelmesskammer
- 1 Doppelmesskammer
- 2 Röhrchen für Stammlösung A und B
- 1 Leitfähigkeits-Messsonde mit Stativ
- 1 Generator 1 V, 130 Hz
- 1 Anschluss-Box mit Umschalter und Messwiderstand
- 1 Digitalmultimeter
- 1 Doppelmagnetrührer
- 2 Magnetrührstäbchen
- 1 Pipette 100 μ l, Pipettenspitzen
- 1 Mikrospatel, 1 Pinzette
- 1 Stoppuhr
- 1 Verbindungskabel

3.1 Die Ionenkonzentration der beiden Salzlösungen (Substanz A: KCl, Substanz B: unbekanntes Salz) wird mit Hilfe Messung elektrischen Leitwertes bestimmt.

Die Einzelmesskammer besitzt die gleichen Maße wie ein Teil der Doppelmesskammer und dient zur Kalibrierung der Konzentrationsmessung, d. h., zur experimentellen Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Leitwert und Konzentration.

Die poröse Wand der Doppelmesskammer wird durch ein Zellulosenitrat-Filter mit 0,2 μ m Porengröße gebildet.

Abb.2 zeigt die Anordnung zur Messung der Leitwert-Konzentrationsabhängigkeit der Lösung. In die Messkammer wird eine

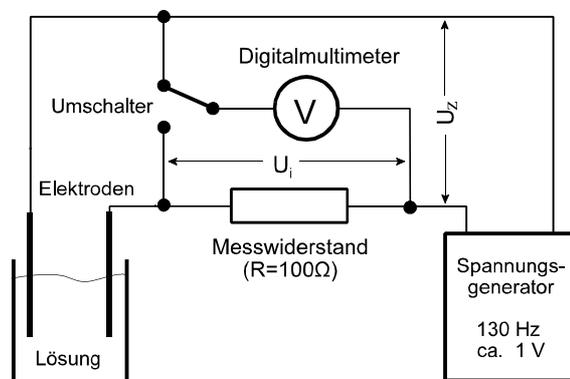


Abb.2: Messanordnung zur Bestimmung des Leitwertes der Lösung

Leitfähigkeits-Messsonde, die aus zwei Elektroden besteht, eingetaucht.

Mit Hilfe eines Voltmeters kann über einen Messwiderstand ($R=100\Omega$; in die Anschlussbox eingebaut) der zwischen den Elektroden fließende Strom I bestimmt werden. Dieser ergibt sich aus der zu messenden Spannung U_i nach dem Ohmschen Gesetz.

Mit Hilfe eines Umschalters kann mit dem selben Voltmeter auch die Generatorspannung U_z bestimmt werden. Aus diesen beiden Spannungsmessungen und dem bekannten Wert des Messwiderstandes lässt sich der zur jeweiligen Konzentration gehörende elektrische Leitwert der Lösung $G(c)$ berechnen:

$$G(c) = \frac{I}{U_z - U_i} = \frac{U_i}{U_z - U_i} \cdot \frac{1}{R} \quad (8)$$

4 Versuchsdurchführung

Bereiten Sie schon vor Beginn des Praktikums die Tabellen für die Aufnahme der Messwerte vor und berechnen Sie die Konzentrationen der Messlösungen in g/l in den einzelnen Schritten!

Für das Versuchsergebnis sind Sauberkeit der Arbeitsgeräte und Reinheit der Lösungen von großer Bedeutung. Nach jedem Benutzen sind deshalb die Messkammern zu reinigen!

Zum Einwiegen der Substanzen stehen 2 Waagen (Genauigkeit 1 mg), Wägeschälchen und Wägepapier zur Verfügung. Am einfachsten ist es, die Substanzen direkt in die (trockenen!) Glasröhrchen einzuwiegen.

Achten Sie darauf, dass die Magnetrührer immer funktionieren!

4.1 Messung der Kalibrierkurven:

Sowohl für die KCl-Lösung als auch für die Lösung des unbekanntes Salzes wird der Leitwert in Abhängigkeit von der Salzkonzentration im Konzentrationsbereich von (0...0,5) g/l gemessen.

Dazu sind von beiden Stoffen jeweils 3 ml einer Stammlösung der Konzentration 220 g/l herzustellen (Salz in ca. 2 ml aqua dest.

aflösen, dann mit der Pipette auf 3 ml auffüllen).

Die Einzelmesskammer ist mit 220 ml aqua bidest. zu füllen. In 5 Schritten werden jeweils 100 μ l der KCl-Stammlösung zur Messlösung hinzugegeben. Nach dem Konzentrationsausgleich sind jeweils U_i und U_z zu messen. Diese Prozedur ist mit dem unbekanntes Salz zu wiederholen.

Es ist empfehlenswert, die Auswertung zu diesem Teilversuch sofort durchzuführen (siehe 5.1), damit die Kalibrierkurven bereits während der Durchführung von 4.2 und 4.3 zur Verfügung stehen.

4.2 Bestimmung der Apparatekonstante β :

Beide Teile der Doppelmesskammer sind mit je 220 ml aqua bidest. zu füllen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird durch Zugabe von KCl in Kammer I eine Konzentration von 10 g/l eingestellt. Der Leitwert in Kammer II ist 15 min lang alle 3 min zu messen. Die Pausen zwischen den Messungen sollten Sie nutzen um den Leitwert sofort zu berechnen und anhand der Kalibrierkurve die Konzentration zu bestimmen (siehe 5.2).

4.3 Messung des Diffusionskoeffizienten der Substanz B:

Die Messung erfolgt analog zu Punkt 4.2. Für das Salz mit dem unbekanntes Diffusionskoeffizienten wird eine Ausgangskonzentration in Kammer I von 20 g/l eingestellt.

5 Auswertung

5.1 Aus den gemessenen Spannungen U_i und U_z ist der Leitwert der Lösungen nach Gl. (8) zu berechnen. Für beide Salze ist die Konzentration in Abhängigkeit vom Leitwert graphisch darzustellen.

5.2 Aus den gemessenen Spannungen U_i und U_z ist nach Gl. (8) der Leitwert der Lösung im Kammer II zu berechnen. Mit Hilfe der in 5.1 erstellten Kalibrierkurven sind aus den Leitwerten die Konzentrationen zu ermitteln. Die KCl-Konzentration in

Kammer II ist in Abhängigkeit von der Zeit graphisch darzustellen. Mittels linearer Regression wird der Anstieg der Kurve bestimmt und aus diesem gemäß Gl. (7) die Apparatekonstante β berechnet.

Der Diffusionskoeffizient von KCl beträgt $D_0 = 1,996 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

5.3 Die Konzentration des unbekanntes Salzes in Kammer II ist wie in 5.2 zu ermitteln und in Abhängigkeit von der Zeit graphisch darzustellen. Mittels linearer Regression wird der Anstieg der Kurve bestimmt und aus diesem gemäß Gl. (7) der Diffusionskoeffizient D berechnet. Dabei ist die mit KCl ermittelte Apparatekonstante β aus 5.2 einzusetzen.

6 Literatur

Haas, U.; Physik für Pharmazeuten und Mediziner. WVG Stuttgart, 2002

Adam, G., Läger, P., Stark, G., Physikalische Chemie und Biophysik, Springer Berlin, 1995

7 Kontrollfragen

7.1 Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Diffusion und der Wärmeleitung?

7.2 Warum erfolgt die Messung des Leitwertes der Lösungen mit niederfrequentem Wechselstrom?

7.3 Von welchen Größen hängt der Diffusionskoeffizient ab?

Donnanpotential

W 27

1 Aufgabenstellung

Die Ladung z_M eines Makromoleküls (Eialbumin) soll mit Hilfe der Messung des Donnanpotentials in Abhängigkeit von der Konzentration des Makromoleküls bestimmt werden.

2 Grundlagen

An biologischen Membranen (vor allem an Zellwänden, aber auch an künstlichen Membranen) können transmembrane elektrische Potentiale nachgewiesen werden. Das sind elektrische Spannungen zwischen beiden Seiten der Membran bzw. zwischen Intra- und Extrazellulärraum, die in der Biophysik als Membranpotentiale bezeichnet werden. Das Auftreten sowie die Größe dieser Potentiale sind ein Teil der aktiven oder passiven Wechselwirkung der Zelle mit ihrer Umge-

bung. Membranpotentiale entstehen zunächst passiv durch unterschiedliche Ionenkonzentrationen (z.B. von K^+ - oder Na^+ -Ionen) im Extra- und Intrazellulärraum. Sie können durch aktive Funktionen der Zellmembran wie das Öffnen und Schließen von ionenspezifischen Kanälen oder durch Ionenpumpen stark beeinflusst werden.

Passiv entstehende Potentiale an einer Zellmembran werden durch transmembrane Diffusion folgendermaßen verursacht:

Gleichgewichtspotential (NERNST-Potential): Zwischen zwei Lösungsräumen I und II (Abb.1), die eine Salzlösung aus einwertigen Kat- und Anionen enthalten, befindet sich eine semipermeable Membran SM.

c_I^A und c_{II}^A bezeichnen die Konzentrationen der Anionen A, c_I^K und c_{II}^K die der Kationen K in den Lösungsräumen I und II. Das gelöste Salz habe beidseits der Membran eine unterschiedliche Konzentration und sei vollständig

dissoziiert. Es gelte $c_I^K > c_{II}^K$. Die Membran sei durchlässig für die Kationen und undurchlässig für die Anionen. Durch den Konzentrationsunterschied diffundieren Kationen aus dem Lösungsraum I in den Raum II, die Anionen können dagegen die Membran nicht durchdringen. Der Diffusionsstrom von I nach II ist also auch mit einem Transport von positiven Ladungen verbunden. Dadurch baut sich ein elektrisches Potential zwischen beiden Lösungsräumen auf, das einem Konzentrationsausgleich entgegenwirkt.

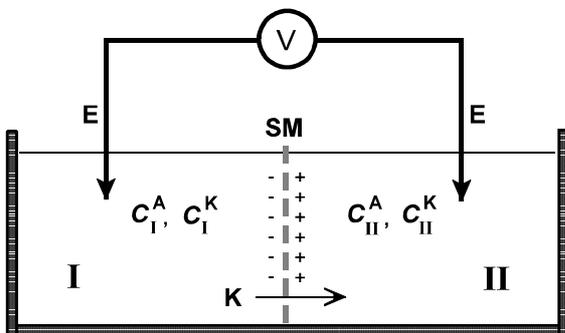


Abb.1: Messzelle. SM: semipermeable Membran, E: Elektroden

Im entstandenen Gleichgewicht verhalten sich die Teilchendichten oder Konzentrationen gemäß der (Boltzmann-) Verteilung der kinetischen Energien thermischer Ionenbewegungen:

$$c_I^K : c_{II}^K = 1 : e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \quad (1)$$

mit

$$\Delta E = z \cdot e \cdot \Delta \varphi . \quad (2)$$

Dabei bedeuten

ΔE : elektrische Arbeit, die verrichtet werden muss, um ein Kation von Lösungsraum I in Lösungsraum II zu transportieren,

$k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ Ws/K: Boltzmann-Konstante,

T : absolute Temperatur,

z : Ladungszahl des Ions,

$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C: Elementarladung,

$\Delta \varphi$: Potentialdifferenz, entspricht der gemessenen Spannung.

Durch Einsetzen und Umstellen folgt aus (1) und (2) die Nernstsche Gleichung:

$$\Delta \varphi = \frac{k T}{z e} \cdot \ln \frac{c_I^K}{c_{II}^K} . \quad (3)$$

Für $T = 20^\circ\text{C} = 293$ K ergibt sich

$$\Delta \varphi = \frac{25 \text{ mV}}{z} \cdot \ln \frac{c_I}{c_{II}} = \frac{58 \text{ mV}}{z} \cdot \lg \frac{c_I}{c_{II}}$$

Beispiel: Das Ruhepotential biologischer Zellen ist im Wesentlichen ein K^+ -Diffusionspotential (Ausnahme: Nervenzellen). Es beträgt -89 mV bei Kaliumkonzentrationen $c_I^K = 5$ mM intrazellulär und $c_{II}^K = 140$ mM extrazellulär.

(Die Einheit der Molarität ist mol/l oder M; es gilt $1 \text{ mol/l} = 1 \text{ M}$, $10^{-3} \text{ mol/l} = 1 \text{ mM}$.)

Zum Aufbau des NERNST-Potentials $\Delta \varphi$ müssen nur relativ wenige Ionen durch die Membran diffundieren, die Konzentrationen ändern sich dabei nicht wesentlich.

Donnanpotential:

Werden die Lösungsräume I und II durch eine Membran getrennt, die vollständig permeabel für die Kationen und Anionen ist, dann tritt infolge Diffusion ein vollständiger Konzentrationsausgleich ein (Abb.2a). Im Gleichgewicht entsteht dann gemäß Nernstscher Gleichung (3) kein transmembranes Potential, d. h. $\Delta \varphi = 0$.

Gibt man im Lösungsraum I Makromoleküle in der Konzentration c_M hinzu, die in hochmolekulare, impermeable Anionen mit der Ladung z_M und kleine, permeable Kationen dissoziieren (Abb.2b), so entsteht ein Konzentrationsgradient der Kationen, da nun $c_I^K > c_{II}^K$ ist.

Durch den Diffusionsstrom der Kationen entsteht ein Membranpotential, das wiederum eine Rückwirkung auf die Konzentrationsverteilung der permeablen Anionen hat, mit der Folge, dass auch permeable Anionen aus dem Lösungsraum I in den Lösungsraum II diffundieren. Dabei bleibt die Neutralität in beiden Lösungsräumen erhalten. Das Diffusions-

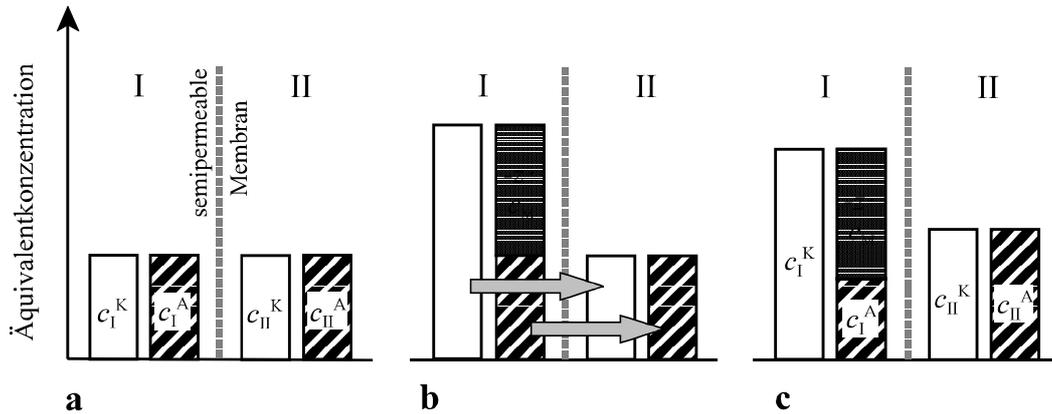


Abb.2: Entstehung des DONNAN-Gleichgewichts. **a)** Gleichgewicht permeabler einwertiger Kationen und Anionen, **b)** Zugabe von Makromolekülen, **c)** DONNAN-Gleichgewicht

gleichgewicht (Abb.2c) wird erreicht, wenn das Nernstpotential der permeablen Anionen gleich dem der Kationen ist. Nach (3) ergibt sich für einwertige Ionen (d. h. $z = +1$ für Kationen und $z = -1$ für Anionen):

$$\Delta \varphi = \frac{kT}{e} \ln \frac{c_I^K}{c_{II}^K} = \frac{kT}{e} \ln \frac{c_{II}^A}{c_I^A}. \quad (4)$$

Im Gleichgewicht bleibt also ein bestimmtes Membranpotential erhalten, das als Donnan-Potential bezeichnet wird (erstmalig untersucht von DONNAN 1911).

Anders als beim reinen Nernst-Potential stellt sich das Donnan-Gleichgewicht erst nach beträchtlichen Konzentrationsverschiebungen der permeablen Ionen in beiden Lösungsräumen ein. Zusätzlich muss neben dem Ionentransport auch der Wassertransport durch die Membran verschwinden. Dies ist nur möglich, wenn der Lösungsraum mit der Proteinklösung unter einem (hydrostatischen) Überdruck steht, der als kolloidosmotischer Druck bezeichnet wird.

Aus Gl. (4) ist ersichtlich, dass im Donnan-Gleichgewicht

$$\frac{c_I^K}{c_{II}^K} = \frac{c_{II}^A}{c_I^A} = r_D \quad (5)$$

gilt, wobei r_D als Donnan-Koeffizient bezeichnet wird.

Mittels (4) und (5) kann der DONNAN-Koeffi-

zient aus dem (messbaren) Membranpotential $\Delta \varphi$ berechnet werden:

$$r_D = e^{\frac{\Delta \varphi \cdot e}{kT}}. \quad (6)$$

Abgesehen von einer elektrischen Doppelschicht unmittelbar an der Membran bleibt nach Einstellung des DONNAN-Gleichgewichtes in beiden Lösungsräumen die elektrische Neutralität erhalten (siehe auch Abb.2c):

$$\begin{aligned} c_I^A + (-z_M) \cdot c_M &= c_I^K \\ c_{II}^A &= c_{II}^K. \end{aligned} \quad (7)$$

Bezeichnet man die Anfangskonzentration des permeablen Salzes mit c_L (in Abb.2a ist $c_I^K = c_I^A = c_{II}^K = c_{II}^A = c_L$) und sind beide Lösungsräume gleich groß, so ist immer

$$c_I^A + c_{II}^A = 2 c_L. \quad (8)$$

Aus (5), (7) und (8) ergibt sich

$$r_D = \frac{-z_M c_M}{2 c_L} + 1. \quad (9)$$

Der Donnan-Koeffizient ist also einerseits von der Ladung und der Konzentration des impermeablen Makromoleküls, andererseits aber auch von der Konzentration der permeablen Ionen abhängig. Sofern die Ladung z_M der Makromoleküle bzw. ihr Dissoziationsgrad als konstant angenommen werden können, d.h. bei nicht zu großer Konzentration c_M , ergibt sich nach (9) eine lineare

Abhängigkeit des Donnan-Koeffizienten von c_M .

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- 1 Doppelmesskammer mit semipermeabler Membran (Dialysemembran)
- 2 Referenzelektroden
- 1 Stativ
- 1 Voltmeter
- 2 Röhrchen für Stammlösungen
- 1 Pipette 200 μl , Pipettenspitzen
- 1 Doppelmagnetrührer,
- 2 Magnetrührstäbchen
- 1 Mikropipette, 1 Plastikspatel

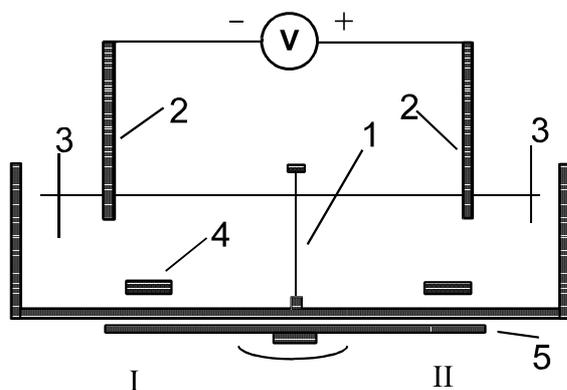


Abb.3: Messzelle zur Bestimmung des Donnanpotentials. 1: Membran, 2: Elektroden, 3: Lösungsräume I und II 4: Magnetrührer, 5: Rührwerk

3.1 Das Donnanpotential wird in einer durch eine semipermeable Membran in zwei Hälften getrennten Messzelle gemessen (Abb.3). Die dort gezeigte Polarität ergibt sich, wenn die impermeablen Anionen wie in Abb.2 in den Lösungsraum I gegeben werden.

Um das Potential durch den Messvorgang nicht zu beeinflussen, werden Referenzelektroden benutzt.

3.2 Referenzelektroden: In der Elektrochemie ist es üblich, Elektrodenpotentiale auf die Normal-Wasserstoffelektrode zu beziehen. Diese ist jedoch kompliziert zu handha-

ben und für die Messung von Potentialdifferenzen in Elektrolytlösungen wenig geeignet. Statt dessen werden Referenzelektroden benutzt, deren Potential besonders konstant und unabhängig von der Zusammensetzung der Lösung ist, in die sie eintauchen.

Die im Versuch eingesetzten Ag/AgCl-Elektroden bestehen aus einem Elektrodenkörper, der mit einer gesättigten KCl-Lösung gefüllt ist, in die ein mit schwer löslichem Silberchlorid beschichteter Silberdraht oder ein Ag-AgCl-Pressling eintaucht. Am unteren Ende der Elektrode befindet sich ein Diaphragma, d.h. eine Scheidewand, die eine Mischung der angrenzenden Lösungen verhindert, aber einem Stromfluss im Idealfall keinen großen Widerstand entgegensetzt (Abb.4). Durch Herauslösen von Kationen aus dem Silber bildet sich ein elektrochemisches Gleichgewicht mit konstanten Konzentrationen der Ag^+ und der Cl^- Ionen. Die entstehende elektrische Potentialdifferenz ist das Elektrodenpotential.

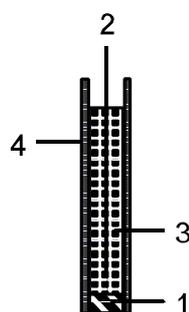


Abb.4:

- Referenzelektrode
- 1: Diaphragma
- 2: AgCl-beschichteter Silberdraht
- 3: KCl-Lösung
- 4: Elektrodenkörper

4 Versuchsdurchführung

Bereiten Sie schon vor Beginn des Praktikums die Tabellen für die Aufnahme der Messwerte vor und berechnen Sie die Salzkonzentration c_L und die Konzentration des Eialbumins c_M in mmol/l in den einzelnen Schritten!

4.1 Herstellung der Stammlösungen:

Die sehr kleinen Substanzmengen sind direkt in den trockenen Glasröhrchen einzuwiegen.

0,4 g Eialbumin (Molmasse: 45.000 g/mol)

ist in ca. 3 ml aqua bidest. zu lösen. Um starke Schaumbildung zu vermeiden, sollten Sie nicht schütteln sondern das Albumin vorsichtig mit dem Plastikspatel verrühren. Nach Klärung der Lösung ist zu 4 ml zu ergänzen.

4 ml einer 0,2 M KCl-Lösung sind herzustellen durch Einwiegen des Salzes, Auflösen und Auffüllen mit aqua bidest. auf 4 ml.

4.2 Messung des Donnanpotentials:

In die Messkammer ist die semipermeable Membran einzusetzen. Die Membran darf nicht austrocknen, wenn sie einmal feucht ist. Das führt zu ihrer Zerstörung!

Die Messkammern werden jeweils mit ca. 125 ml bidestilliertem Wasser gefüllt und die mit dem Voltmeter verbundenen Referenzelektroden nach Abspülen aqua dest. in die beiden Kammern getaucht. Es ist darauf zu achten, dass sich die Elektroden immer nur für kurze Zeit außerhalb der Flüssigkeiten befinden, da sie sonst austrocknen. Die Elektroden müssen immer aufrecht stehen!

Die Magnetrührer werden eingeschaltet, je 200 μ l der 0,2 M KCl-Lösung werden dem Inhalt beider Kammern beigelegt und das sich einstellende Potential zwischen den Kammern (der Leerwert) wird gemessen.

Beachten Sie dabei, dass das Potential immer erst abgelesen wird, nachdem sich ein stationärer Zustand eingestellt hat. Geben Sie alle gemessenen Spannungen in mV an.

Ohne Zugabe von Eialbumin ist das Donnanpotential Null; die gemessene Spannung entsteht durch unterschiedliche Potentiale der verwendeten (nicht idealen) Referenzelektroden. Der Leerwert wird später zur Korrektur der Messergebnisse verwendet.

Nun werden 200 μ l der Eialbuminlösung in die linke Kammer gegeben und das entstehende Donnanpotential wird gemessen. Durch schrittweise Erhöhung der Eialbuminkonzentration (Zugabe von jeweils 200 μ l, Gesamtvolumen 2 ml) wird die Konzentrationsabhängigkeit des Donnanpotentials

registriert.

Die Temperatur der Lösungen ist zu messen.

5 Auswertung

Die Ladung des Makromoleküls z_M soll mittels (9) ermittelt werden. Dazu wird Folgendes berechnet:

- **bereits bei der häuslichen Vorbereitung** die Salzkonzentration c_L und die Konzentration des Eialbumins c_M in mmol/l
- die durch Subtraktion des Leerwertes korrigierten Potentiale in mV
- die Donnan-Koeffizienten r_D mittels Gleichung (6).

r_D ist graphisch als Funktion von c_M darzustellen. Für kleine c_M ist diese Funktion entsprechend Gleichung (9) eine Gerade mit dem Anstieg $-z_M/2c_L$. Dieser Anstieg ist aus der Graphischen Darstellung zu ermitteln und mit seiner Hilfe ist z_M zu berechnen.

6 Literatur

Fercher, A.F., Medizinische Physik, Springer, 1992

Adam, G.; Läger, P.; Stark, G.: Physikalische Chemie und Biophysik, Springer-Verlag Berlin, 1988

7 Kontrollfragen

7.1 Was verstehen Sie unter einer semipermeablen Membran?

7.2 Nennen Sie Beispiele für osmotische Vorgänge in der Natur!

7.3 Welche Voraussetzungen müssen zur Entstehung eines Donnanpotentials gegeben sein?

7.4 Wie wird die Konzentration von g/l in mol/l umgerechnet?

Innenwiderstand von Spannungsquellen

E 7

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Strom-Spannungs-Kennlinien verschiedener Gleichspannungsquellen sind aufzunehmen.

1.2 Die Innenwiderstände dieser Spannungsquellen sind zu bestimmen.

2 Grundlagen

Bei der Messung elektrischer Spannungen (besonders bei sehr kleinen Spannungen wie Biopotentialen) hängen die Messergebnisse entscheidend von der Wahl des Messverfahrens ab. Genauso wie bei Spannungsmessungen an Akkumulatoren oder Batterien, kann auch bei Messungen an biologischen Objekten (z.B. EKG-Ableitung) nicht ohne Rückwirkung auf die Spannung gemessen werden. Zwischen der zu messenden Spannungsquelle (U_0 - Ursprung) und den Klemmen des Messgerätes (U_K - Klemmenspannung) besteht ein zusätzlicher Innenwiderstand R_i , der vom "Innenleben" der Spannungsquelle abhängt. Der innere Widerstand des angeschlossenen Messgerätes stellt den Lastwiderstand R_L dar, mit dem die Spannungsquelle während der Messung belastet wird. Dieser Zusammenhang wird im allgemeinen Ersatzschaltbild für eine Spannungsquelle dargestellt (Abb.1).

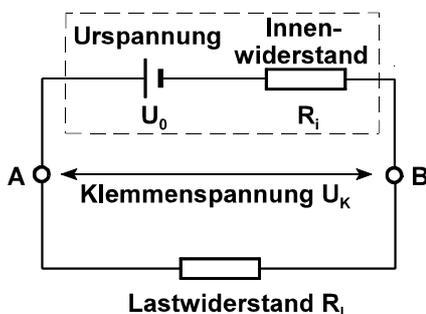


Abb.1: Ersatzschaltbild einer Spannungsquelle

Mit dem Maschensatz (\rightarrow KIRCHHOFFSche Gesetze) folgt für diesen einfachen Stromkreis:

$$U_0 = I \cdot R_i + I \cdot R_L \quad (1)$$

mit I als fließendem Strom.

Der Spannungsabfall am Lastwiderstand ist gleich der Klemmenspannung:

$$U_K = I \cdot R_L \quad (2)$$

Damit lässt sich (1) schreiben als:

$$U_0 = U_K + I \cdot R_i \quad (3)$$

Der Innenwiderstand kann aus der Abhängigkeit der Klemmenspannung U_K vom Strom bestimmt werden.

Wenn die Größenordnung des Innenwiderstandes bekannt ist, dann kann man meist ein geeignetes Spannungsmessverfahren (bzw. Messgerät) auswählen, bei dem $R_L \gg R_i$ ist. Dann gilt $I R_i \ll U_K$ bzw. $U_K \approx U_0$, d. h. die Ursprung U_0 (auch Leerlaufspannung genannt) wird nahezu unverfälscht gemessen. Mit Hilfe einer Kompensationsschaltung ist es auch möglich, die Leerlaufspannung unmittelbar (bei $I = 0$) zu messen.

Entsprechend Gl. (3) liegt an den Polen einer Spannungsquelle im unbelasteten Zustand, das heißt wenn der Quelle kein Strom entnommen wird, die Ursprung U_0 oder Leerlaufspannung (früher auch als elektromotorische Kraft bezeichnet) an. Wird nun an die Spannungsquelle ein "Verbraucher" angeschlossen, so dass ein Strom fließt, so wird die Spannung an den Polen der Quelle auf einen Wert sinken, der als Klemmenspannung U_K bezeichnet wird.

Für den Laststrom folgt aus (3):

$$I = \frac{U_0}{R_L + R_i} \quad (4)$$

Aus Gleichung (3) ist zu erkennen, dass die Klemmenspannung linear mit der Strombelas-

stung sinkt. Die graphische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Klemmenspannung und Strom wird als Strom-Spannungskennlinie einer Spannungsquelle bezeichnet. Abbildung 2 zeigt eine solche Kennlinie für eine Spannungsquelle mit konstantem Innenwiderstand. Aus der Darstellung geht hervor, dass bei $I = 0$ die Klemmenspannung U_K gleich der Urspannung U_0 ist. Mit abnehmendem Lastwiderstand R_L steigt der Strom und die Klemmenspannung sinkt, bis der Spannungsabfall über R_i den Wert der Urspannung erreicht hat. Jetzt ist der Lastwiderstand Null und der Spannungsabfall am Innenwiderstand R_i ist gleich der Urspannung U_0 . Diesen Fall nennt man Kurzschluss. Im Kurzschlussfall wird U_K Null und es fließt der maximal mögliche Strom, der als Kurzschlussstrom bezeichnet wird.

Derartige Kennlinien weisen zum Beispiel Trockenbatterien oder Akkumulatoren auf, da sie einen relativ konstanten Innenwiderstand besitzen.

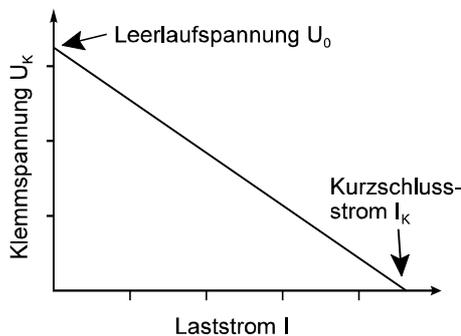


Abb.2: Strom-Spannungskennlinie einer Spannungsquelle mit konstantem Innenwiderstand.

Die von einer Spannungsquelle gelieferte elektrische Energie soll der Verbraucher (Widerstand R_L) nutzen. Da der Verbraucher- oder Laststrom I aber auch durch die Spannungsquelle fließt, nimmt diese (über den Innenwiderstand R_i) einen Teil der am gesamten Umsatz beteiligten Leistung auf. Die an den Verbraucher abgegebene Leistung

$$P_L = U_K \cdot I \quad (5)$$

kann mit Hilfe der Gleichungen (2) und (4) umgeformt werden zu:

$$P_L = \frac{U_0^2}{(R_i + R_L)^2} \cdot R_L \quad (6)$$

Analog gilt für die in der Spannungsquelle verbrauchte Leistung:

$$P_i = \frac{U_0^2}{(R_i + R_L)^2} \cdot R_i \quad (7)$$

Die gesamte von der Spannungsquelle gelieferte Leistung ist damit:

$$P_g = P_i + P_L = \frac{U_0^2}{R_i + R_L} \quad (8)$$

Für den Wirkungsgrad η , das Verhältnis von Nutzleistung zur Gesamtleistung, folgt:

$$\eta = \frac{P_L}{P_g} = \frac{R_L}{R_i + R_L} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_L}} \quad (9)$$

Nach Gleichung (9) steigt der Wirkungsgrad mit wachsendem Verhältnis von R_L zu R_i an. Um die innerhalb der Spannungsquelle verbrauchte Leistung gering zu halten, sollte die Bedingung $R_L \gg R_i$ eingehalten werden, d.h. es muss in Leerlaufnähe gearbeitet werden. Diese Forderung gilt für Primär- und Sekundärelemente wegen deren endlicher Kapazität (entnehmbare Ladung), die üblicherweise in Ah (Amperestunden) angegeben wird und die nicht mit der Kapazität eines Kondensators verwechselt werden sollte.

Anders ist die Situation bei Solarzellen, da die Sonne ja ständig Energie nachliefert. Hier besteht das Ziel darin, dem Verbraucher eine möglichst hohe Leistung zuzuführen. Der Lastwiderstand R_L , für den die Leistung P_L maximal wird, kann bestimmt werden indem die erste Ableitung von Gleichung (6) $dP_L/dR_L = 0$ gesetzt wird. Es ergibt sich die einfache Beziehung $R_L = R_i$. In diesem Fall spricht man von (Leistungs-) Anpassung.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

verschiedene Gleichspannungsquellen:

Trockenbatterie, Bleiakku, Solarzellenmodul

verschiedene Lastwiderstände:

Schiebewiderstand $140\ \Omega$, Drehwiderstand $5\ \Omega$, 4 Dekadenwiderstände $1/10/100/1000\ \Omega$

2 Digitalmultimeter

1 Schalter

Verbindungsleitungen

3.1 Schaltungsaufbau:

Für die Aufnahme der Strom-Spannungskennlinie wird die Schaltung nach Abb.3 aufgebaut. Als Spannungsmesser wird ein Messgerät mit hohem Eingangswiderstand verwendet, so dass die Spannungsquelle bei geöffnetem Schalter nur mit einem minimalen Strom belastet wird.

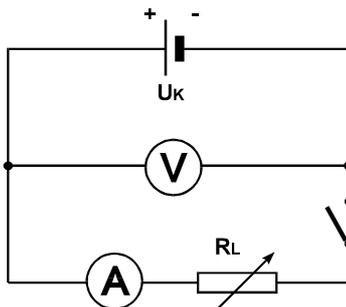


Abb.3: Versuchsschaltung

4 Versuchsdurchführung

Achtung!

Bleiakkus liefern sehr hohe Ströme. Durch einen Kurzschluss können Kabel verschmelzen! Falsch angeschlossene Messgeräte können beschädigt werden! Lassen Sie die Schaltung vor dem Anschließen der Spannungsquellen kontrollieren!

Machen Sie sich zunächst mit der Funktionsweise der zu verwendenden Lastwiderstände vertraut. Dazu stehen Ihnen die Multimeter zur Verfügung, mit denen Widerstände direkt gemessen werden können.

Messen Sie die Leerlaufspannungen U_0 für den Bleiakku und für die Trockenbatterie. Damit diese beiden Spannungsquellen während der Messung nicht zu stark entladen werden, muss der Strom begrenzt werden auf $3\ \text{A}$ für den Bleiakku und $200\ \text{mA}$ für die Trockenbatterie. Berechnen Sie aus diesen Werten die erforderlichen Lastwiderstände R_L und entscheiden Sie dann, welche Widerstände Sie für die Batterie und den Akku verwenden wollen. Für das Solarzellenmodul werden die vier Dekadenwiderstände ($0 \dots 10000\ \Omega$) verwendet. Stellen Sie die veränderlichen Widerstände (den Schiebewiderstand bzw. die Dekadenwiderstände) vor Beginn der Messung so ein, dass die genannten Ströme in keinem Fall - auch nicht bei zu vernachlässigendem Innenwiderstand - überschritten werden.

Zur Aufnahme der I - U -Kennlinie wird die Schaltung nach Abbildung 3 aufgebaut.

Für die Kennlinie des Akkus werden mindestens 10 etwa äquidistante Messpunkte zwischen 0 und $3\ \text{A}$ gewählt. Die dazugehörigen Klemmenspannungen U_k sowie die Ursprung U_0 (bei $I = 0$) sind zu messen.

Für die Kennlinie der Batterie werden mindestens 10 etwa äquidistante Messpunkte zwischen 0 und $200\ \text{mA}$ gewählt. Die dazugehörigen Klemmenspannungen U_k sowie die Ursprung U_0 (bei $I = 0$) sind wieder zu messen.

Für das Solarzellenmodul ist die gesamte I - U -Kennlinie, d.h. von der Leerlaufspannung bis zum Kurzschlussstrom, aufzunehmen. Es werden mindestens 20, bezüglich der Stromstärke möglichst äquidistante Punkte gemessen. Hier sind neben der Stromstärke I und der Klemmenspannung U_k auch die Werte der zugehörigen Lastwiderstände R_L zu erfassen.

5 Auswertung

Für alle Gleichspannungsquellen werden die Strom-Spannungskennlinien graphisch dargestellt.

Für die beiden galvanischen Spannungsquellen sind die Innenwiderstände aus dem

Anstieg der Regressionsgeraden in den graphischen Darstellungen zu ermitteln. Dazu wird durch die Messpunkte in der graphischen Darstellung eine Gerade gelegt und auf der Gerade entsprechend Abb.4 die Spannungs- und Stromdifferenz abgelesen. Aus dem Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinate wird die Ursprungsspannung U_0 bestimmt und dann aus diesen beiden Werten der Kurzschlussstrom berechnet. Vergleichen Sie die so bestimmte Ursprungsspannung mit dem gemessenen Wert! Wie ist die Genauigkeit des berechneten Kurzschlussstromes zu bewerten?

Für den Solarzellenmodul werden die Innenwiderstände anhand der Messpunkte nach Gleichung (3) und die abgegebene Leistung P_L nach (5) berechnet. Der Innenwiderstand R_i , der Lastwiderstand R_L sowie die Leistung P_L sind in Abhängigkeit vom Strom grafisch

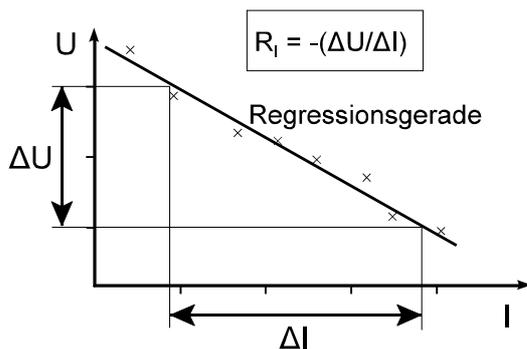


Abb.4: Bestimmung des Innenwiderstandes einer Spannungsquelle mit Hilfe der linearen Regression.

darzustellen. Zeichnen Sie alle drei Kurven in **ein** Diagramm (linke y-Achse: Widerstand, rechte y-Achse: Leistung)!

6 Literatur

Geschke, D.: Physikalisches Praktikum. B.G. Teubner Stuttgart Leipzig 2001

Trautwein, Kreibitz, Oberhausen: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten; de Gruyter; Berlin 1984

Kamke, W.; Walcher, W.: Physik für Mediziner, B.G. Teubner, Stuttgart 1994

7 Kontrollfragen

7.1 Erklären Sie den Unterschied zwischen der Klemmenspannung und der Ursprungsspannung einer Spannungsquelle!

7.2 Erläutern Sie das Ersatzschaltbild einer Spannungsquelle!

7.3 Erläutern Sie die Begriffe Leerlauf, Kurzschluss und Anpassung.

7.4 Sie haben die Aufgabe, mit einem Voltmeter die Ursprungsspannung einer Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand $R_i = 500 \text{ k}\Omega$ zu bestimmen. Wie groß muss der Innenwiderstand des Messgerätes mindestens sein, damit der Messwert um nicht mehr als 1% vom wahren Wert abweicht?

Leitfähigkeit von Elektrolyten

E 8

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Zellenkonstante K einer elektrolytischen Zelle ist zu bestimmen.

1.2 KCl -Lösungen verschiedener Konzentration sind herzustellen und ihre elektrische Leitfähigkeit σ ist zu bestimmen.

1.3 Die Äquivalentleitfähigkeit Λ der Lösungen ist zu berechnen.

2 Grundlagen

2.1 Für eine genaue Widerstandsmessung und für die Bestimmung von kleinen Wider-

ständen werden häufig Brückenschaltungen verwendet. Die Grundschialtung jeder Messbrücke ist die Wheatstone-Brücke (Abb.1). Zwischen den Punkten A und B sowie zwischen C und D liegt die Spannung U an. Ohne Galvanometer zwischen den Messpunkten E und F wird das Potential in diesen Punkten durch die Verhältnisse $R_1 : R_x$ sowie $R_3 : R_4$ bestimmt (Spannungsteiler zwischen A und B sowie zwischen C und D).

Besteht zwischen E und F kein Potentialunterschied, so sagt man, Brücke ist abgeglichen. Über das Galvanometer (ein hochempfindliches Amperemeter) wird dann kein Strom fließen. In diesem Fall muss die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_3}{R_4} \quad (1)$$

Wenn zwischen E und F ein Potentialunterschied besteht, so fließt über das Galvanometer ein Strom. Das Prinzip der Brückenmessung besteht darin, durch Änderung der bekannten Widerstände R_1 , R_3 und R_4 den abgeglichenen Zustand der Brücke zu finden. Die Größe des unbekannten Widerstandes R_x lässt sich dann nach (1) berechnen.

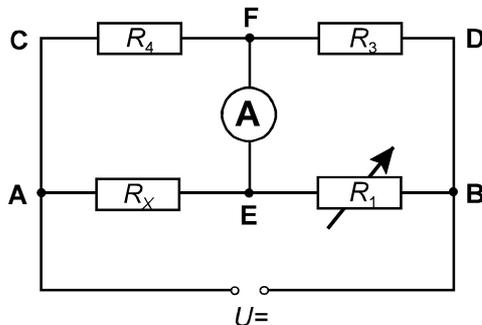


Abb.1: WHEATSTONE-Brückenschaltung

Soll eine Messbrücke mit Wechselstrom betrieben werden, so ist eine mögliche Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung zu berücksichtigen. Für den Brückenabgleich müssen in diesem Fall Betrag und Phase der Spannung zwischen E und F abgeglichen werden. Zu diesem Zweck wird die einfache Wheatstone-Schaltung durch zusätzliche Kapazitäten ergänzt, siehe Versuchsschaltung Abb.2.

Da die elektrolytische Zelle neben dem Widerstand R_x auch eine Kapazität C_x besitzt, müssen für den Abgleich der Brücke zwei Bedingungen erfüllt sein: der Amplitudenabgleich (1) und der Phasenabgleich

$$\frac{C_x}{C_1} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2)$$

(1) und (2) gelten gleichzeitig, wenn die Brücke vollständig abgeglichen ist.

Die Brückenschaltung in Abb.2 wird als Wien-Brücke bezeichnet. Sie kann nach Gl. (2) auch zur Messung von Kapazitäten eingesetzt werden.

2.2 Der elektrische Widerstand eines Leiters mit der Länge l und dem Querschnitt A ist

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}, \quad (3)$$

er wird neben den geometrischen Größen l und A durch eine Materialkonstante, den spezifischen elektrischen Widerstand ρ , bestimmt. Der Kehrwert des elektrischen Widerstandes $G = 1/R$ heißt elektrischer Leitwert, seine SI-Einheit ist das Siemens: $[G] = 1/\Omega = S$. Analog zu (3) schreibt man

$$G = \sigma \cdot \frac{A}{l}, \quad (4)$$

$\sigma = 1/\rho$ heißt spezifische elektrische Leitfähigkeit und hat die Einheit $[\sigma] = S/m$. Die Angabe eines Leitwertes ist insbesondere bei elektrisch leitenden Flüssigkeiten üblich.

Elektrolyte sind elektrisch leitende Flüssigkeiten, bei denen der Ladungstransport durch Ionen erfolgt.

Eine elektrolytische Zelle, die mit einem Elektrolyten gefüllt ist, hat den elektrischen Widerstand R . Für den elektrischen Leitwert G der Zelle schreibt man

$$G = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{1}{K}. \quad (5)$$

In dieser Gleichung wurden gegenüber Gl. (4) die Größen A und l zur Zellkonstanten K zusammengefasst. Ihre Einheit ist $[K] = 1/m$. Die Zellkonstante K wird nur vom Aufbau

(Größe und Form) der elektrolytischen Zelle bestimmt, während die elektrische Leitfähigkeit σ von der Art des gelösten Stoffes, von der Konzentration und von der Temperatur des Elektrolyten abhängt. Bei schwachen, verdünnten Elektrolyten nimmt die Leitfähigkeit mit der Temperatur zu und bei wachsender Verdünnung ab.

Die Äquivalentleitfähigkeit Λ ist

$$\Lambda = \frac{\sigma}{c_q} \quad (6)$$

wobei c_q die Äquivalentkonzentration (Normalität eines Elektrolyten) ist:

$$c_q = \frac{z \cdot n}{V} = \frac{m \cdot z}{M \cdot V} \quad (7)$$

Dabei bedeuten: m = Masse, V = Volumen, M = Molmasse in g/mol, $n = m/M$ = Stoffmenge (Anzahl der Mole), z = Wertigkeit (Ladungszahl). Die SI-Einheit von Λ ist $\text{S m}^2/\text{mol}$, die von c_q ist mol/m^3 , meist wird jedoch mol/l verwendet.

Die Äquivalentleitfähigkeit wird durch den Dissoziationsgrad des gelösten Salzes bestimmt. Bei starken Elektrolyten, in denen die Salze im allgemeinen vollständig in Ionen gespalten sind, wird die Beweglichkeit der Ionen durch Wechselwirkungen ihrer elektrischen Ladungen beeinflusst. Die Äquivalentleitfähigkeit hängt daher von der Konzentration der Lösung ab.

Zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit σ wird der Widerstand R_x der elektrolytischen Zelle gemessen. Aus (5) ergibt sich

$$\sigma = \frac{K}{R_x} \quad (8)$$

Die Zellkonstante K kann durch Messung eines Elektrolyten bekannter Leitfähigkeit (hier gesättigte NaCl-Lösung) ermittelt werden.

Die Leitfähigkeit von Elektrolyten muss grundsätzlich mit Wechselstrom gemessen werden, damit das Messergebnis nicht durch die Elektrodenpolarisation verfälscht wird.

Die Widerstände R_x der gefüllten elektrolyti-

schen Zelle werden deshalb mit Hilfe einer Wechselstrombrücke (Abb.2) ermittelt.

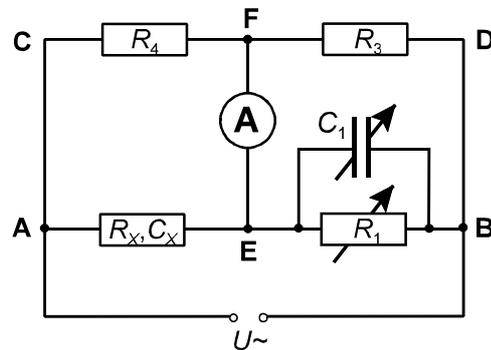


Abb.2: Schaltung zur Leitfähigkeitsmessung in Elektrolyten (Wienbrücke).

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- elektrolytische Zelle mit Halterung
- Generator 1 kHz
- Vielfachmesser
- Kurbelwiderstand (R_1)
- Kapazitätsdekaden (C_1)
- 2 Festwiderstände 100Ω (R_3, R_4)
- Thermometer
- Flasche mit NaCl-Lösung
- Flasche mit KCl
- 3 Messzylinder 100 ml, 25 ml, 10 ml
- Becherglas, Trichter, Spatel, Glasstab

3.1 Als Spannungsquelle dient ein Wechselspannungs-Generator mit der festen Frequenz 1 kHz und einer Spannung von $U_{\text{eff}} = 2 \text{ V}$. Für die Widerstände R_3 und R_4 werden zwei gleiche Festwiderstände mit je 100Ω und für den Widerstand R_1 ein Kurbelwiderstand verwendet. Die Kapazität C_1 kann zwischen 1 nF und 999 nF variiert werden. Zur Anzeige des Brückenstromes dient ein empfindlicher Vielfachmesser mit veränderlichen Messbereichen.

4 Versuchsdurchführung

Die Brückenschaltung ist nach Abb.2 aufzubauen.

4.1 Bestimmung der Zellkonstante: Die elektrolytische Zelle wird mit der gesättigten NaCl-Lösung gefüllt, die Temperatur T der Lösung ist zu messen. Am Vielfachmesser wird zunächst ein unempfindlicher Messbereich (z.B. 100 mA) eingestellt; Generator und Vielfachmesser sind einzuschalten. Nun werden der Widerstand R_1 und die Kapazität C_1 abwechselnd verändert, bis der Brückenstrom ein Minimum erreicht, wobei die Messbereiche am Vielfachmesser immer empfindlicher geschaltet werden. Wenn die Brücke abgeglichen ist, sollte der Brückenstrom kleiner als $3 \mu\text{A}$ sein. Der dazugehörige Widerstand $R_1 = R_x$ (folgt aus (1), wenn $R_3 = R_4$) ist abzulesen und zu protokollieren.

Achtung! Nach jeder Widerstandsmessung muss am Vielfachmesser wieder ein unempfindlicher Messbereich eingestellt werden, damit beim Wechsel der Elektrolyte keine Überlastung des Messgerätes auftritt.

4.2 Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit von KCl-Lösungen der Konzentration 1N; 0,5N; 0,2N; 0,1N; 0,05N und 0,02N:

Zunächst werden 100 ml KCl-Lösung mit der Äquivalentkonzentration $c_q = 1 \text{ mol/l}$ (1N oder 1-normale Lösung) hergestellt. Die Molmasse von KCl beträgt $74,55 \text{ g/mol}$. Die erforderliche Menge KCl ist abzuwiegen und im Messzylinder in etwa 90 ml destilliertem Wasser aufzulösen (Rühren mit Glasstab). Danach wird die Lösung mit destilliertem Wasser auf 100 ml aufgefüllt.

Die elektrolytische Zelle ist mit dieser Lösung zu füllen, der dazugehörige Widerstand wird wie oben beschrieben gemessen. Die Temperatur der Lösung wird gemessen.

Anschließend wird die KCl-Lösung zur weiteren Verwendung in einem Becherglas aufbewahrt.

Je 100 ml KCl-Lösung der Konzentration 0,5N; 0,2N; 0,1N; 0,05N und 0,02N werden durch Verdünnung eines Teils der 1N KCl-Lösung hergestellt. Der Widerstand und die Temperatur dieser Lösungen in der elektrolytischen Zelle werden gemessen. An-

schließend sind die Lösungen zu verwerfen. Alle gemessenen Werte sind übersichtlich tabellarisch zu erfassen.

Hinweis:

Es muss sauber gearbeitet werden. Die elektrolytische Zelle und die Elektroden sind bei jedem Umfüllen sorgfältig zu spülen.

Die gesättigte NaCl-Lösung wird nach der Messung in die Vorratsflasche zurückgegeben.

5 Auswertung

5.1 Die Zellenkonstante K ist mittels (8) zu berechnen. Die elektrische Leitfähigkeit σ der gesättigten NaCl-Lösung ist anhand der gemessenen Temperatur T einer Tabelle zu entnehmen.

5.2 Die elektrischen Leitfähigkeiten σ der KCl-Lösungen werden nach Gl. (8), die Äquivalentleitfähigkeiten λ nach (6) berechnet.

Die Leitfähigkeit und die Äquivalentleitfähigkeit sind in Abhängigkeit von der Äquivalentkonzentration (Normalität) der KCl-Lösung grafisch darzustellen und zu diskutieren.

6 Literatur

Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik. Springer Verlag 1989

Beier, W.; Pliquett, F.: Physik für das Studium der Medizin, Biowissenschaften, Veterinärmedizin, J.A.Barth, Leipzig 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie das Prinzip der Widerstandsmessung mit einer Brückenschaltung!

7.2 Was versteht man unter Amplitude und Phase eines Wechselstromes?

7.3 Wie wird die Äquivalentleitfähigkeit definiert, und welche Eigenschaft des gelösten Salzes wird hierüber charakterisiert?

RC-Glied

E 22

1 Aufgabenstellung

Die Zeitkonstanten von RC-Gliedern sind zu bestimmen:

- 1.1 aus der Entladung eines Kondensators,
- 1.2 aus dem Frequenzverhalten der RC-Glieder und
- 1.3 aus ihrem Impulsverhalten.

2 Grundlagen

Die Wirkungsweise eines RC-Gliedes ist von grundlegender Bedeutung für das Verständnis elektrophysiologischer Vorgänge. Eine Zellmembran (Lipid-Doppelschicht) ist ein sehr guter Isolator, im Intra- und Extrazellulärraum befinden sich dagegen gut elektrisch leitfähige Elektrolyte. Die Zellmembran verhält sich daher elektrisch wie ein Kondensator mit der Kapazität C . Ionenkanäle in der Zellmembran lassen gezielt Ladungsträger (z. B. Na^+ , K^+ , Cl^-) passieren, hierdurch besitzt die Membran einen (steuerbaren) elektrischen Widerstand R parallel zur Kapazität C .

Die Reizwahrnehmung und Reizleitung beruht auf einer Veränderung der Potentialverhältnisse an der Zellmembran durch Ionenströme. Wichtige Parameter wie Reizschwelle, Reichweite eines elektrotonischen Potentials und die Geschwindigkeit der Weiterleitung werden durch die Zeitkonstante $\tau = R \cdot C$ (siehe unten) bestimmt.

Das RC-Glied als Reihenschaltung eines Kondensators mit einem Widerstand spielt eine wichtige Rolle als grundlegendes Filterelement (Hochpass, Tiefpass) in analogen elektronischen Schaltungen (z.B. Verstärker) und begrenzt die Geschwindigkeit bei der digitalen Signalverarbeitung.

2.1 Wechselspannung und Wechselstrom:
Sinusförmige Wechselspannungen U und -ströme I lassen sich mathematisch einfach

als harmonische Schwingung darstellen:

$$U = \hat{U} \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$I = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

mit \hat{U} und \hat{I} als Spitzenwerte von Spannung und Strom.

Für die Kreisfrequenz ω gilt die Beziehung

$$\omega = 2\pi f. \quad (3)$$

Der Winkel φ stellt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung dar.

Wechselspannungen beliebiger Form (u.a. Biologische Potentiale) lassen sich nach dem Fourier-Theorem in eine Reihe von sinusförmigen Teilspannungen entwickeln (Fourieranalyse). Damit lassen sich alle Aussagen sowie der mathematische Formalismus zu sinusförmigen Spannungen auch auf Spannungssignale beliebiger Form anwenden.

Um die Größe von Wechselspannungen und -strömen anzugeben, wird meist der Effektivwert benutzt, da während einer Periode T alle Werte zwischen den positiven und negativen Extremwerten durchlaufen werden. Der Effektivwert wird durch die Wärmeentwicklung des elektrischen Stromes bestimmt:

Die in einem Leiter mit dem Widerstand R im Zeitintervall dt erzeugte Wärmemenge dW

$$dW = I(t) \cdot U(t) \cdot dt = I^2(t) \cdot R dt \quad (4)$$

ist proportional zum Quadrat der elektrischen Stromstärke und damit unabhängig von deren Richtung. Über eine volle Periode T ergibt sich dann für die Wärmemenge W :

$$W = \int_0^T I^2(t) \cdot R dt. \quad (5)$$

Die gleiche Wärmemenge würde ein Gleichstrom entwickeln, der sich aus

$$W = I_{\text{Gleich}}^2 \cdot R \cdot T \quad (6)$$

bestimmen ließe. Dieser äquivalente Gleich-

strom wird Effektivstromstärke genannt und ergibt sich aus (5) und (6) zu

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt . \quad (7)$$

Mit anderen Worten: I_{eff} ist der quadratische Mittelwert des Stromes $I(t)$. Für einen sinusförmigen Strom (2) ergibt sich:

$$I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} . \quad (8)$$

Analog ist der Effektivwert einer sinusförmigen Spannung (1):

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} . \quad (9)$$

2.2 Kapazität im Gleichstromkreis:

Zwischen der Kapazität C , der Spannung U und der Ladung Q besteht der Zusammenhang:

$$Q = C \cdot U . \quad (10)$$

Die SI-Einheit der Kapazität ist $[C] = \text{As/V} = \text{F}$ (Farad).

Wie in Abb.1 gezeigt, werde an einen Kondensator C eine Gleichspannung U_0 angelegt (bei geschlossenem Schalter S). Wird der Schalter geöffnet, so fließt über den Widerstand R ein Entladestrom, der exponentiell abfällt und dessen maximale Größe durch den Widerstand R bestimmt wird.

Nach der Kirchhoffschen Maschenregel für den linken Kreis in Abb.1 ist die Summe der Spannungen an Kondensator und Widerstand gleich Null, das heißt

$$I \cdot R + \frac{Q}{C} = 0 . \quad (11)$$

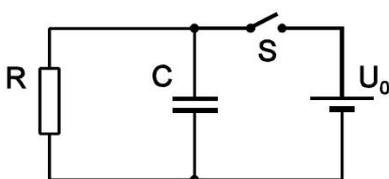


Abb.1: Schaltung zur Entladung eines Kondensators

Differenziert man diese Gleichung nach der Zeit und berücksichtigt man die Beziehung

$$I = \frac{dQ}{dt} , \quad (12)$$

ergibt sich daraus die Differentialgleichung für den zeitlichen Verlauf der Stromstärke:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC} I = 0 . \quad (13)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist die Exponentialfunktion

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (14)$$

mit dem Anfangsstrom I_0 bei $t = 0$. (Zum Lösungsweg siehe Literatur.)

Die Spannung am Kondensator ist zum Strom proportional (Parallelschaltung von R und C ; $U = I \cdot R$), folglich gilt für sie ein ebensolches Zeitgesetz:

$$U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} . \quad (15)$$

Die Kombination einer Kapazität C mit einem OHMschen Widerstand R nennt man RC-Glied. Das Produkt $R \cdot C$ hat die Dimension einer Zeit und wird als Zeitkonstante τ des RC-Gliedes bezeichnet:

$$\tau = R \cdot C . \quad (16)$$

Nach dem Öffnen des Schalters (Abb.1) sinkt die Anfangsspannung U_0 in der Zeitspanne τ auf $1/e \cdot U_0 \approx 0,37 \cdot U_0$, siehe Abb.2.

Die Zeitkonstante kann man einfach messen, indem man die Zeit $t_{1/2}$ bestimmt, nach der die

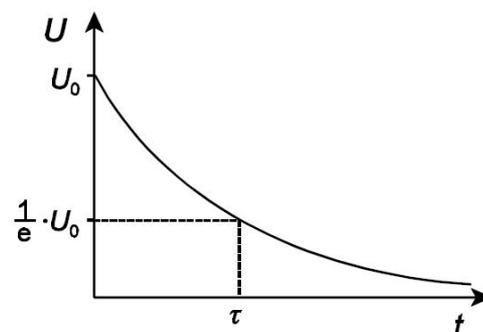


Abb.2: Zeitlicher Verlauf der Spannung beim Ausschaltvorgang am RC-Glied

Spannung U auf die Hälfte abgesunken ist. Aus Gl. (15) ergibt sich:

$$\frac{U_0}{2} = U_0 \cdot e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}} \quad (17)$$

Daraus folgt für die Zeitkonstante τ :

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \quad (18)$$

2.3 Kapazität im Wechselstromkreis:

In einem Wechselstromkreis wird der Kondensator periodisch geladen und wieder entladen (Abb. 2).

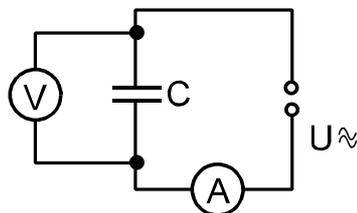


Abb.3: Kondensator im Wechselstromkreis

Für den Strom folgt aus (13), wenn man (10) und (1) einsetzt:

$$I = \frac{d}{dt} (C \cdot \hat{U} \cdot \sin \omega t) \quad (19)$$

$$I = \omega \cdot C \cdot \hat{U} \cdot \cos \omega t$$

Durch Vergleich mit (2) sieht man, dass der Strom gegenüber der Spannung um

$$\varphi = 90^\circ \quad (20)$$

phasenverschoben ist (der Strom geht der Spannung voraus), und dass der maximale Strom (Spitzenwert)

$$\hat{I} = \omega \cdot C \cdot \hat{U} \quad (21)$$

beträgt. Bildet man den Quotienten aus den Maximalwerten von Spannung und Strom (oder auch aus den Effektivwerten), so erhält man den Wechselstromwiderstand Z_C des Kondensators, auch Scheinwiderstand oder Impedanz genannt:

$$Z_C = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (22)$$

Dieser ist bei Wechselspannung frequenzabhängig, er nimmt mit wachsender Frequenz ab.

Ein RC-Glied im Wechselstromkreis kann man auch als einen Spannungsteiler auffassen (siehe Abb.4), der aus einem konstanten Widerstand R und einem frequenzabhängigen (Wechselstrom-) Widerstand $Z_C = 1/\omega C$ besteht. Dabei ergibt sich ein frequenzabhängiges Spannungsteilverhältnis. Die Gesamtspannung über beiden Teilwiderständen nennt man Eingangsspannung U_e , den Spannungsabfall über einem Teilwiderstand Ausgangsspannung U_a .

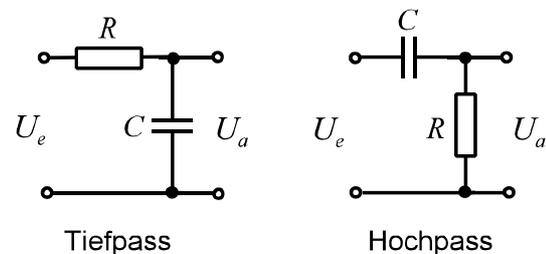


Abb.4: Hoch- und Tiefpass

Wegen des Frequenzverhaltens von U_a (siehe Abb.5) bezeichnet man ein RC-Glied auch als Tiefpass, wenn als Ausgangsspannung der Spannungsabfall über dem Kondensator verwendet wird, und als Hochpass, wenn der Spannungsabfall über dem OHMSchen Widerstand benutzt wird.

Das Frequenzverhalten ist leicht zu verstehen, wenn man sich in Abb.4 vor Augen hält, dass der Wechselstromwiderstand des Kondensators für kleine Frequenzen ($\omega \rightarrow 0$) praktisch

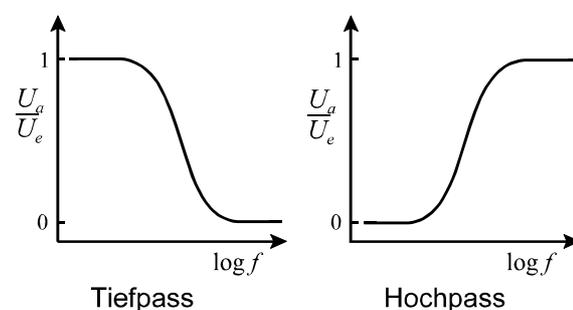


Abb.5: Frequenzverhalten eines RC-Gliedes

unendlich groß und für sehr große Frequenzen ($\omega \rightarrow \infty$) praktisch Null wird. Im 1. Fall fällt die gesamte Spannung am Kondensator ab, im 2. Fall am Widerstand.

Bei der Kreisfrequenz $\omega_g = 1/\tau$ ist nach (16) und (22) $Z_C = R$. Die zugehörige Frequenz

$$f_g = \frac{\omega_g}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (23)$$

heißt Grenzfrequenz des RC-Gliedes. In diesem Fall ergibt sich sowohl für den Hoch- als auch für den Tiefpass $U_a/U_e = 1/\sqrt{2}$.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- 1 Stromversorgungsgerät HM7042
- 1 Vielfachmesser MetraMax 2
- 1 Funktionsgenerator HM8130
- 1 Oszilloskop
- 1 Stoppuhr
- 1 Schalttafel mit RC-Glied
- 2 Steckplatten
- 2 Kondensatoren und 1 Widerstand (steckbar)
- Verbindungsleitungen

3.1 Die Schaltung zur Entladung eines Kondensators ist auf der Schalttafel fertig aufgebaut (Abb.6). Wegen der besonderen Bauform des Kondensators (Elektrolytkondensator) muss auf die richtige Polarität geachtet werden.

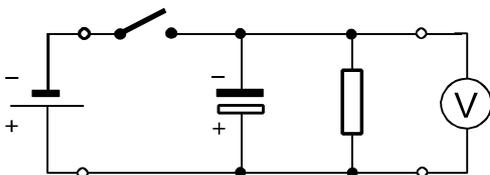


Abb.6: Schaltung zur Entladung eines Kondensators

3.2 und **3.3** Die RC-Glieder werden entsprechend Abb.7 auf einer Steckplatte aufgebaut. Der Funktionsgenerator liefert eine sinusförmige (für 3.2) bzw. rechteckförmige (für 3.3) Wechselspannung. Mit dem Oszilloskop wird die Größe bzw. der zeitliche Verlauf der Wechselspannung gemessen.

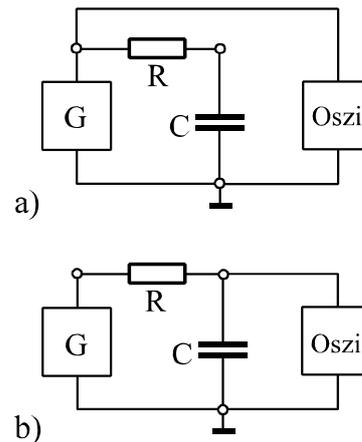


Abb.7: Schaltung für die Messungen am RC-Glied für: a) Eingangsspannung U_e , b) Ausgangsspannung U_a

4 Versuchsdurchführung

Notieren Sie für alle verwendeten Kondensatoren und Widerstände die aufgedruckten Werte im Protokoll!

4.1 Stromversorgungsgerät und Spannungsmesser sind anzuschließen; es wird eine Spannung von 10 V verwendet.

Durch Schließen des Schalters wird der Kondensator aufgeladen. Öffnet man den Schalter, so beginnt die Entladung des Kondensators über den Widerstand. Mit einer Stoppuhr wird 5 mal die Zeit gemessen, bei der die Spannung am Kondensator auf die Hälfte abgesunken ist.

4.2 Bei den Versuchen 4.2 und 4.3 sind drei RC-Glieder auszumessen. Dazu wird erst Kondensator 1, dann Kondensator 2 und dann eine Parallelschaltung der beiden Kondensatoren in die Schaltung eingesetzt.

Am Funktionsgenerator wird eine sinusförmige Wechselspannung $U_{SS} \approx 8$ V eingestellt (Der Generator zeigt die "Spitze-Spitzen-Spannung" $U_{SS} = 2\hat{U}$ an). Als Frequenz wird zunächst etwa 1 kHz gewählt. Mit dem Oszilloskop ist die Eingangsspannung U_e entsprechend Abb.7a zu messen. Anschließend wird mit dem Oszilloskop die Ausgangsspannung U_a angezeigt (Abb.7b) und am Generator die Frequenz so verändert, dass

$U_a = U_e / \sqrt{2}$ wird. Die gefundene Frequenz (Grenzfrequenz) ist zu protokollieren.

Der Messbereich des Oszilloskops ist hierbei so zu wählen, dass U_e und U_a gut ablesbar sind. Die Einstellung der x-Ablenkung (Zeitmaßstab) ist für diese Messung ohne Bedeutung. Wählt eine Einstellung, die ein bequemes Ablesen der Amplitude ermöglicht.

4.3 Am Funktionsgenerator wird eine Rechteck-Spannung ausgewählt, $f = 1$ kHz und $U_{SS} = 8$ V eingestellt. Mit dem Oszilloskop wird zuerst die Eingangsspannung (Abb.7a) und dann die Ausgangsspannung (Abb.7b) untersucht, die Spannungsverläufe sind im Protokoll zu skizzieren (4 Skizzen: einmal U_e und für jedes RC-Glied U_a).

Mit Hilfe des kalibrierten Zeitmaßstabes (Feinregulierung in Stellung CAL) wird die Halbwertszeit des Lade- bzw. Entladevorganges der drei RC-Glieder bestimmt. Dabei sind Verstärkung und Zeitmaßstab so zu wählen, dass ein möglichst großes Bild des Signals vermessen werden kann.

5 Auswertung

5.1 Es wird der Mittelwert der gemessenen Halbwertszeiten und daraus nach (18) die Zeitkonstante τ des RC-Gliedes bestimmt.

5.2 Aus den gemessenen Grenzfrequenzen sind nach (23) die Zeitkonstanten der RC-Glieder zu berechnen.

5.3 Aus den mit dem Oszillographen bestimmten Halbwertszeiten wird mit Gleichung (18) ebenfalls die Zeitkonstante berechnet.

5.4 Die Zeitkonstanten sind zusätzlich aus den aufgedruckten Daten der Bauelemente zu berechnen.

Stellen Sie die Ergebnisse aus 5.2 bis 5.4 übersichtlich in einer Tabelle dar. Vergleichen Sie die mit verschiedenen Methoden ermittelten Zeitkonstanten, geben Sie mögliche Fehlerquellen an und schätzen Sie die Größe der Messunsicherheiten.

6 Literaturangaben

Harten, U.: Physik für Mediziner, Springer Verlag

Kamke, D.; Walcher, W.: Physik für Mediziner, B.G. Teubner, Stuttgart 1994

7 Kontrollfragen

7.1 Was sind Maximalwert (Spitzenwert) und Effektivwert einer Wechselspannung?

7.2 Wo tritt ein Wechselstromwiderstand auf und wovon hängt er ab?

7.3 Erklären Sie die Eigenschaften eines Hoch- bzw. Tiefpasses.

7.4 Warum werden Rechteckimpulse durch ein RC-Glied verzerrt übertragen?

Verstärker

E 23

1 Aufgabenstellung

Es sollen die Eigenschaften eines Verstärkers zur Ableitung von Biopotentialen bestimmt werden. Folgende Aufgaben sind dabei zu lösen:

1.1 Messung des Frequenzverhaltens eines Verstärkers mit unterschiedlichen Zeitkonstanten von Hoch- und Tiefpass.

1.2 Bestimmung der Grenzfrequenzen.

1.3 Beschreibung der Signalform eines

EKG-Signale bei unterschiedlichen Frequenzverhalten des Verstärkers. Abschätzung der erforderlichen Bandbreite für einen EKG-Verstärker.

2 Grundlagen

Die Übertragung von Signalen (z.B. optische, akustische, elektrische Signale) spielt sowohl in der Technik als auch in Biologie und Medizin eine große Rolle. In der Regel bilden mehrere Übertragungsglieder eine sogenannte Übertragungskette (medizinisches Bsp.: die Hörkette, technisches Bsp.: Mikrofon-Verstärker-Lautsprecher). Damit am Ende ein unverfälschtes Signal ankommt, muss jedes Glied der Übertragungskette gewisse Anforderungen bezüglich Grenzfrequenzen, Verstärkung usw. erfüllen. Diese Begriffe sind deshalb sowohl in Elektronik und Messtechnik als auch in Neurophysiologie und Audiologie gleichermaßen von Bedeutung. So gibt z.B. die Messung der Übertragungseigenschaften der Hörkette (Audiogramm) Hinweise auf die Ursachen einer Schwerhörigkeit.

2.1 Siehe Grundlagen zu Versuch E22 zu folgenden Themen:

- Wechselstrom und Wechselspannung
- Kapazität im Wechselstromkreis
- das RC-Glied als frequenzabhängiger Spannungsteiler
- das Frequenzverhalten von Hochpass und Tiefpass

2.2 Kombiniert man einen Hoch- und einen Tiefpass miteinander, so erhält man einen einfachen Bandpass mit einer Mittenfrequenz f_M . Die untere Grenzfrequenz f_u wird dann durch den Hochpass und die obere Grenzfrequenz f_o durch den Tiefpass bestimmt. Somit bieten RC-Glieder eine einfache Möglichkeit der Signalfilterung, mit der unerwünschte Signalanteile abgeschwächt werden können. Abb.1 zeigt den frequenzabhängigen Verlauf der Amplitude der Ausgangsspannung im Verhältnis zur Amplitude der Eingangsspannung.

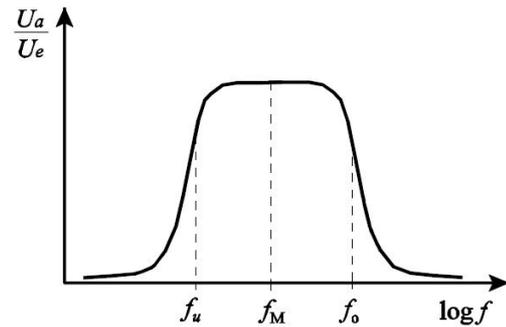


Abb.1: Frequenzverhalten eines Bandpasses

Die Verstärkung V ist das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung:

$$V = \frac{U_a}{U_e} \quad (1)$$

Ein elektronische Verstärker besitzt (wie jedes denkbare Übertragungsglied) eine endliche Bandbreite, d. h., die Verstärkung ist nur in einem gewissen Frequenzbereich näherungsweise konstant. Außerhalb dieses Frequenzbereiches fällt die Verstärkung ab. Die Übertragungsbandbreite

$$\Delta f = f_o - f_u \quad (2)$$

wird durch die obere und die untere Grenzfrequenz bestimmt, sie hängt vom Aufbau des Verstärkers ab. Das Frequenzverhalten des Verstärkers kann durch ein einfaches Ersatzschaltbild (Abb.2) charakterisiert werden. Dabei sagt dieses nichts über den konkreten elektronischen Aufbau des Verstärkers aus, sondern beschreibt nur dessen Übertragungseigenschaften.

Die beiden RC-Glieder bilden einen Bandpass. Somit bestimmen sich die Frequenzgrenzen der Übertragungsbandbreite aus den

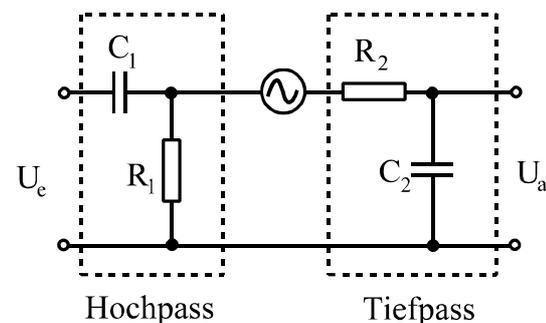


Abb.2: Ersatzschaltbild eines Verstärkers

Zeitkonstanten der beiden RC-Glieder. Für diese gilt nach Gl. (15) in Versuch E22:

$$\tau = R \cdot C. \quad (3)$$

Die Grenzfrequenz ist per Definition die Frequenz f , für die $\omega \cdot \tau = 2\pi f \cdot \tau = 1$ ist. Nach Abb.2 ist die untere Grenzfrequenz

$$f_u = \frac{1}{2\pi \tau_1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \quad (4)$$

und die obere Grenzfrequenz

$$f_o = \frac{1}{2\pi \tau_2} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}. \quad (5)$$

Aus Gl. (23) in Versuch E22 ist ersichtlich, dass bei diesen Frequenzen die Verstärkung um den Faktor $1/\sqrt{2}$ (gegenüber der normalen Verstärkung) kleiner ist. Dies entspricht einem Abfall um 3 dB (siehe Kasten), denn $20 \cdot \lg(1/\sqrt{2}) \approx -3$.

Das Frequenzverhalten des Verstärkers beeinträchtigt unter Umständen die Übertragung von Signalen.

Das Fouriertheorem besagt, dass jedes beliebige, nichtharmonische (d.h. nicht-sinusförmige) periodische Signal als eine Summe harmonischer (sinusförmiger) Teilschwingungen aufgefasst werden kann, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz des periodischen Signals sind.

Damit das Signal durch den Verstärker nicht

Die Einheit dB (Dezibel)

Die Dezibel-Skala, auch Pegelmaß genannt, ist das logarithmierte Verhältnis einer Größe A bzw. P zu ihrer Bezugsgröße A_0 bzw. P_0 . Der Pegel z ist definiert durch

$$z = 20 \cdot \lg \frac{A}{A_0} = 10 \cdot \lg \frac{P}{P_0}$$

und wird in der Einheit dB angegeben. A hat die Bedeutung einer Amplitude (z.B. Spannung, Strom, Schalldruck), P ist die Leistung (z.B. elektrische Leistung, Schalleistung).

verfälscht wird, muss die Verstärkung für alle im Signal enthaltenen Frequenzanteile gleich groß sein. Die untere Grenzfrequenz des Verstärkers f_u muss kleiner sein als die Grundfrequenz des Signals, die obere Grenzfrequenz muss größer sein als die größte im Signal enthaltene Frequenz.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Verstärker
- Stromversorgungsgerät HM7042
- Funktionsgenerator HM8130
- Oszilloskop
- Verbindungsleitungen

3.1 Der Verstärker ist komplett aufgebaut in einem Gehäuse untergebracht. Ein Stromversorgungsgerät liefert die notwendige Versorgungsspannung. Achten Sie beim Anschluss auf richtige Polung!

Am Verstärker befinden sich zwei Kippschalter, mit denen jeweils die Zeitkonstanten von Hoch- bzw. Tiefpass umgeschaltet werden können. Es gilt $\tau_{H1} > \tau_{H2}$ und $\tau_{T1} < \tau_{T2}$. Das heißt, in der Schalterstellung τ_{H1} und τ_{T1} ist die Bandbreite maximal, mit τ_{H2} wird die Verstärkung tiefer Frequenzen und mit τ_{T2} die Verstärkung hoher Frequenzen eingeschränkt. Die praktische Ausführung der Schaltung wird in Abb.3 gezeigt.

Für die Bestimmung des Frequenzverhaltens liefert der Funktionsgenerator G eine sinusförmige Wechselspannung U_e , die am Eingang des Verstärkers anliegt. Die Ausgangsspannung U_a wird mit einem hochohmigen Spannungsmessgerät (Oszilloskop) gemessen.

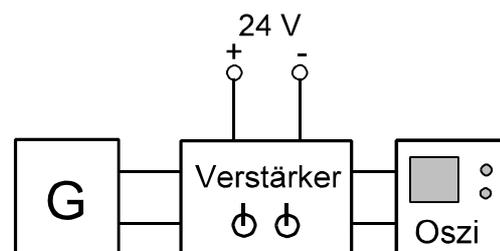


Abb.3: Aufbau der Messschaltung zur Bestimmung des Frequenzverhaltens

Die am Generator angezeigte Spannung ist die Spitze-Spitze-Spannung $U_{SS} = 2\hat{U}$! (Siehe Bedienungsanleitung)

3.2 Für die Untersuchung des Einflusses des Frequenzverhaltens des Verstärkers auf die Signalform eines nichtharmonischen Signals liefert der Funktionsgenerator ein programmiertes EKG-Signal (Arbitrary Funktion).

Um eine bessere Darstellung der Signale auf dem Oszilloskop zu ermöglichen, ist dabei die Grundfrequenz des EKG-Signals (die Pulsfrequenz) gegenüber einem normalen EKG um den Faktor 100 und die Amplitude um den Faktor 10 vergrößert. Entsprechend wurden auch die Grenzfrequenzen des Verstärkers verändert. Die prinzipiellen physikalischen Zusammenhänge bleiben dabei erhalten.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Die Schaltung wird nach Abb.3 aufgebaut. Die Schalter sind in Stellung " τ_{H1} " bzw. " τ_{T1} " zu bringen. Am Funktionsgenerator ist eine sinusförmige Wechselspannung mit einer Amplitude von $U_{SS} = 20$ mV eingestellt. Für jede Frequenz (1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500 Hz und 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200 kHz) wird die Spitze-Spitze-Spannung am Ausgang des Verstärkers mit dem Oszilloskop gemessen. Dazu ist der Eingang CH1 zu verwenden und ein geeigneter Bereich für die Vertikalablenkung einzustellen. Bei niedrigen Frequenzen lassen sich die Werte leichter ablesen wenn die Zeitablenkung ausgeschaltet (auf X-Y gestellt) wird.

Die Messung ist jeweils mit den Schalterstellungen " τ_{H2} " und " τ_{T1} " sowie " τ_{H1} " und " τ_{T2} " zu wiederholen.

4.2 Am Generator wird die Funktion 'Arbitrary' und eine Frequenz von 100 Hz eingestellt; die Amplitude bleibt bei $U_{SS} = 20$ mV. Für alle gemessenen Verstärkerkennlinien (drei Einstellungen) wird der zeitliche Verlauf des Ausgangssignals vom Schirm des Oszilloskops abgezeichnet.

5 Auswertung

5.1 Die Verstärkung wird nach Gleichung (1) berechnet und in Abhängigkeit von der Frequenz graphisch dargestellt. Dabei wird die Abszisse (die Frequenzachse) zweckmäßigerweise logarithmisch eingeteilt („halb-logarithmische Darstellung“).

Aus den Diagrammen werden die unteren und oberen Grenzfrequenzen des Verstärkers für die verschiedenen Zeitkonstanten von Hoch- und Tiefpass bestimmt. Sie ergeben sich als Schnittpunkte der frequenzabhängigen Verstärkungskurve mit einer waagerechten Geraden, die 3 dB unterhalb der maximalen Verstärkung liegt.

5.3 Beschreiben Sie, welche typischen Signalanteile bei den verschiedenen Zeitkonstanten von Hoch- und Tiefpass im EKG erkennbar sind. Vergleichen Sie die erhaltenen Signale mit der korrekten Signalform eines typischen EKGs wie in Abb.4 dargestellt. Schätzen Sie ab, welche untere und obere Grenzfrequenz für einen EKG-Verstärker gefordert werden muss. (Beachten Sie die Vergrößerung der Frequenzen um den Faktor 100 in diesem Versuch!)

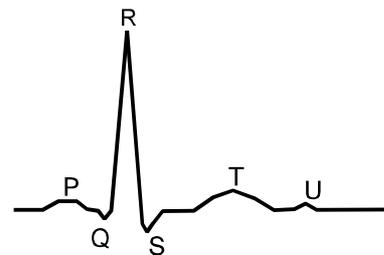


Abb.4: Typische Signalform eines EKG (mit P-Welle, R-Zacke, T-Welle und U-Welle)

6 Literaturangaben

Beier/Pliquett: Physik für das Studium der Medizin, Biowissenschaften, Veterinärmedizin. 4.Auflage, J. A. Barth, Leipzig 1987

Fercher, A.F.: Medizinische Physik [Physik für Mediziner, Pharmazeuten und Biologen]; Wien, New York: Springer 1992

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie die Begriffe Hochpass, Tiefpass, Grenzfrequenz, Bandbreite und Verstärkung.

7.2 Um welchen Faktor wird eine Spannung verstärkt, wenn die Verstärkung mit 40 dB angegeben ist?

7.3 Warum wird ein Rechteckimpuls durch einen Verstärker verzerrt übertragen?

Messwerterfassung mit dem Computer (EKG) E 39

1 Aufgabenstellung

1.1 Mit Hilfe des CASSY-Messwerterfassungssystems ist ein 3-Kanal-EKG aufzunehmen.

1.2 Die Größe der R-Zacken-Potentiale und die Pulsfrequenz sind zu bestimmen.

1.3 Die Lage der elektrischen Herzachse ist zu bestimmen.

2 Grundlagen

Die rhythmische Kontraktion des Herzmuskels wird stimuliert durch eine elektrische Erregung der Herzzellen, die am Sinusknoten beginnt und sich in charakteristischer Weise über das gesamte Herz ausbreitet. Die Aktionspotentiale (etwa 70 mV) aller Zellen

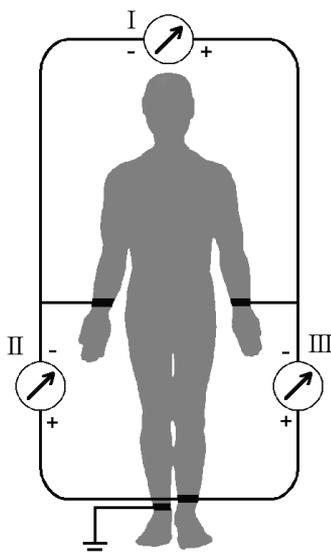


Abb.1: EKG-Ableitungen nach EINTHOVEN

ergeben in Summe ein elektrisches Dipolfeld des Herzens. Dieses Feld breitet sich auch im gesamten Organismus aus, wobei es durch die elektrische Leitfähigkeit geschwächt wird.

Auf der Hautoberfläche können deshalb die elektrischen Vorgänge bei der Reizausbreitung im Herzen gemessen werden. Dabei werden eine Reihe Elektroden in normierter Art und Weise an den Armen und Beinen sowie auf dem Brustkorb angebracht. Die elektrischen Spannungen auf der Körperoberfläche liegen im Millivoltbereich und können, entsprechend verstärkt, gemessen und auf einem Monitor oder mit Hilfe eines Schreibers oder Druckers dargestellt werden.

Bei den drei bipolaren Ableitungen nach EINTHOVEN (Abb.1) werden die folgenden Potentiale gemessen:

Abl. I zwischen linkem und rechtem Arm

Abl. II zw. linkem Bein und rechtem Arm

Abl. III zw. linkem Bein und linkem Arm.

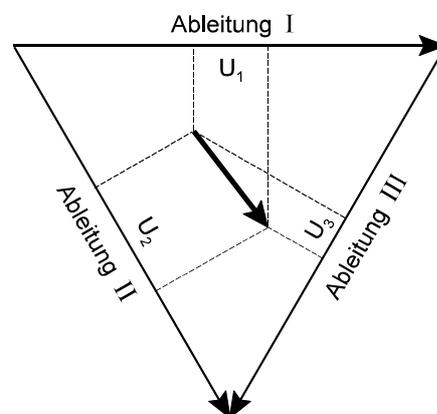


Abb.2: Bestimmung der Lage der elektrischen Achse im EINTHOVEN-Dreieck

Im so genannten EINTHOVEN-Dreieck (Abb.2) lässt sich aus den drei Potentialen U_1 , U_2 und U_3 der Dipolvektor den Herzens (genauer: die Projektion des Dipolvektors auf die Frontalebene) konstruieren. Der Dipolvektor variiert im Rhythmus des Herzschlages, seine Lage im Moment des größten Potentials (R-Zacken-Potential) wird als elektrische Herzachse bezeichnet. Sie stimmt bei normaler Erregungsausbreitung etwa mit der anatomischen Längsachse des Herzens überein. Neben der Kurvenform im EKG (siehe Abb.4 in Versuch E23) ist die Lage der Herzachse bzw. der zeitliche Verlauf des Dipolvektors von diagnostischer Bedeutung (Vektor-EKG).

Messen mit dem Computer:

Moderne medizinische Diagnosegeräte (z. B. EKG, EEG, Ultraschall-A-Bild, Audiometer) werden heute oft auf der Basis handelsüblicher Computer gebaut. Das hat sowohl praktische Gründe (vielseitige Einsetzbarkeit, einfache Vernetzung mit anderen Geräten, mit der elektronischen Patientenkartei etc.) als auch ökonomische Gründe. Der Computer (bzw. die Software) übernimmt die Auswertung und die graphische Darstellung der Messergebnisse sowie ihre Archivierung. Lediglich die eigentliche Messwerterfassung, Signalverstärkung und die Umwandlung des analogen Messsignals in digitale Daten (A/D-Wandlung) muss noch mit Hilfe spezieller Hardware erfolgen.

Die Genauigkeit der Messung wird dabei durch die sogenannte Auflösung oder Wandlerbreite des A/D-Wandlers begrenzt. Beispielsweise bedeutet eine Auflösung von 12 Bit, dass der Wandler $2^{12} = 4096$ verschiedene digitale Werte messen kann. Die kleinste noch messbare Änderung des Messsignals beträgt also $1/4096$ des Messbereichs.

Ein zeitabhängiges Messsignal (z. B. ein EKG-Signal) wird einfach in schneller Folge immer wieder gemessen („abgetastet“). Die Anzahl der Messungen pro Sekunde bezeichnet man als Messrate oder Abtastrate R , die Einheit ist 1 Hz. (Beispiel: Bei einem Zeitintervall Δt von 10 ms zwischen zwei Messungen beträgt die Messrate $R = 1/\Delta t = 100$ Hz.) Technisch sind heute Messraten bis etwa

100 MHz möglich.

Die Messrate bestimmt die Zeitauflösung bzw. die maximal messbare Frequenz f_G (Grenzfrequenz), es gilt

$$f_G = \frac{1}{2} R. \quad (1)$$

Siehe auch Definition der Grenzfrequenz in der Einführung zu Versuch E23.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- 1 Sensor-CASSY
- 1 EKG/EMG-Box
- 1 Computer mit CASSYLab-Software
- 4 Klammerelektroden
- Elektrodenspray

3.1 Die EKG/EMG-Box ist bereits auf das Sensor-CASSY aufgesteckt und darf nicht entfernt werden. Das Cassy ist mit dem Computer über ein serielles Kabel verbunden. Beim Start des Programms CASSYLab muss diese Konfiguration automatisch erkannt werden.

4 Versuchsdurchführung

Versorgen Sie das CASSY mit Strom und starten Sie danach am Computer das Programm CASSYLab. Aktivieren Sie die EKG/EMG-Box, indem Sie mit der Maus auf das Bild der Box klicken.

Machen Sie sich nun mit der Bedienung des Programms vertraut. Benutzen Sie hierzu die Kurzanleitung im Anhang und die Online-Hilfe . Folgende Tätigkeiten müssen Sie beherrschen:

- Einstellung von Messbereich und -Intervall
- Start und Stopp einer Messung
- Vergrößern/Alles anzeigen (Zoom)
- Skalieren des Diagramms
- Einfügen von Text in das Diagramm
- Anzeigen der Messpunkte
- Messen von Differenzen (Spannung, Zeit)
- Speichern und Drucken der Messung

Zur Ableitung des EKG-Signals nach EINTHOVEN (Abb.1) werden die Metallflächen der Elektrodenklammern mit Elektrodenspray besprüht und an den Innenseiten der Handgelenke und oberhalb der Knöchel befestigt. (Das Spray dient zur Desinfektion und zur Verbesserung des elektrischen Kontaktes.) Die Elektrodenkabel werden wie folgt angeschlossen: rot - rechter Arm, gelb - linker Arm, grün - linke Wade, schwarz - rechte Wade.

Die Versuchsperson muss in ruhiger, entspannter Lage sitzen, die Unterarme aufliegend, damit die EKG-Potentiale nicht durch andere Muskel-Aktionspotentiale verfälscht werden.

Die Voreinstellungen der Messparameter werden unverändert beibehalten. Das EKG wird etwa 10 s lang aufgezeichnet und danach abgespeichert. Falls die Kurven sehr unregelmäßig sind, werden die Ursachen hierfür beseitigt und die Messung wird wiederholt. Alle Versuchsbedingungen sind zu protokollieren!

Wenn möglich, wird das EKG an jedem Studenten gemessen; die Auswertung führt jeder an seinem EKG durch.

5 Auswertung

Die Messung des R-Zacken-Potentials der drei Ableitungen und der Pulsfrequenz soll mit CASSYLab durchgeführt werden. Benutzen Sie hierfür die Zoom-Funktion; hilfreich sind außerdem die Funktionen „Koordinaten anzeigen“, „Differenz messen“ und „Werte anzeigen“. Falls die Zeit nicht reicht, wird das EKG ausgedruckt und zuhause mittels Lineal ausgewertet.

Für die drei Ableitungen U_I , U_{II} und U_{III} wird an jeweils 5 verschiedenen Stellen die Höhe der R-Zacke abgelesen und daraus der Mittelwert berechnet.

Die Pulsfrequenz f (in min^{-1}) wird aus der mittleren Zeit zwischen zwei R-Zacken ermittelt. Dafür sind aus 10 aufeinander folgenden Pulsschlägen der Mittelwert \bar{T} und die Standardabweichung s_T zu berechnen.

Welche Bedeutung hat die Standardabweichung in diesem Zusammenhang?

Für die Bestimmung der Lage der elektrischen Herzachse werden die Ableitungen I und II verwendet. Erfassen Sie etwa fünf zeitgleiche Wertepaare (U_I , U_{II}) vom Beginn bis zum Ende einer R-Zacke. Die Wertepaare werden im EINTHOVEN-Dreieck (Spezialpapier, im Praktikum erhältlich) auf den Ableitungslinien I und II abgetragen, der Schnittpunkt im Dreiecksgitter wird markiert. Die so entstandenen Punkte werden der Reihe nach durch eine Linie verbunden. Diese Linie zeigt den Verlauf der Frontalprojektion des Dipolvektors. Die Verbindung vom Nullpunkt zum maximalen Ausschlag definiert den elektrischen Herzvektor.

Zusätzliche Experimentiermöglichkeiten:

- Zeichnen Sie EKGs mit verschiedenen Messintervallen (5 ms, 10 ms, 20 ms, 50 ms) auf. Welchen Einfluss hat das Messintervall (bzw. die Messrate) auf das Messergebnis?
- Messen Sie die Größe und des Muskel-Aktionspotentials am Unterarm. Folgen Sie dazu der Anleitung in der Online-Hilfe zu CASSYLab.

6 Literaturangaben

Kamke, W.; Walcher, W.: Physik für Mediziner, B.G. Teubner, Stuttgart 1994

www.neurop.ruhr-uni-bochum.de/lehre/Praktikum

7 Kontrollfragen

7.1 Was verstehen Sie unter dem elektrischen Herzvektor und wie kann man ihn messen?

7.2 Welche Messrate ist bei der Computergestützten Messung eines EKGs mindestens erforderlich?

7.3 Warum werden beim EKG besonders hochohmige Spannungsmessgeräte eingesetzt?

Mikroskop

O 4

1 Aufgabenstellung

- 1.1 Einstellung des Mikroskops und der KÖHLERSchen Beleuchtungseinrichtung.
- 1.2 Kalibrierung eines Okularmikrometers durch Bestimmung des Abbildungsmaßstabes für mehrere Objektive.
- 1.3 Justierung der Phasenkontrasteinrichtung.
- 1.4 Beobachtung biologischer Präparate mit verschiedenen Verfahren und Ausmessung von Strukturen.

2 Grundlagen

2.1 Aufbau des Mikroskops:

Das optische System eines Lichtmikroskops besteht aus dem Objektiv und Okular. Um das Prinzip der Bildentstehung besser erkennen zu können, werden die Linsensysteme (es werden zur Bildfehlerkorrektur jeweils mehrere Linsen benötigt) zu je einer dünnen Konvexlinse zusammengefasst.

Ein Gegenstand G zwischen einfacher und doppelter Brennweite des Objektivs wird als

umgekehrtes, vergrößertes und reelles Zwischenbild B außerhalb der doppelten Brennweite des Objektivs abgebildet, Abb.1. Das Okular wird als Lupe eingesetzt. Das reelle Zwischenbild, das sich innerhalb der einfachen Brennweite des Okulars befindet, wird dadurch dem akkommodierten Auge als divergentes Strahlenbündel angeboten.

Eine rückwärtige Verlängerung der Strahlen zeigt, in welcher Größe und Entfernung das Auge etwa das virtuelle Bild erkennt. Eine einfache Bildkonstruktion nach der geometrischen Optik kann jeweils mit Hilfe zweier ausgezeichnete Strahlen (Parallelstrahl, Brennpunktstrahl, Mittelpunktstrahl; siehe Abb.1) eines Bildpunktes gefunden werden.

Für ein Mikroskopieren mit entspanntem (d. h. nicht akkommodiertem) Auge soll das virtuelle Bild in großer Entfernung ("im Unendlichen") entstehen. Abweichend von Abb.1 fällt dann das reelle Zwischenbild in die Brennebene des Okulars; der Sehwinkel β' bleibt gleich.

In modernen Mikroskopen mit "Unendlichoptik" (ICS, infinity corrected system) bildet das Objektiv allein den Gegenstand nicht in der Zwischenbildebene sondern im Unendlichen

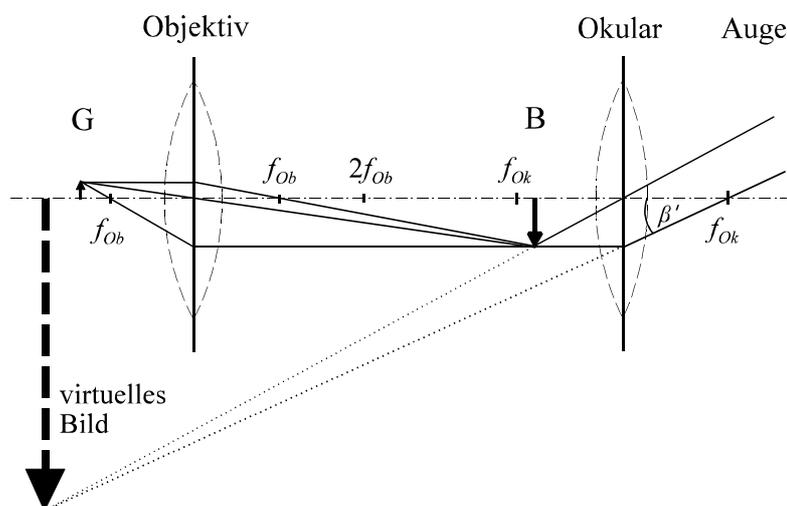


Abb.1: Strahlengang des Mikroskops

ab, d. h. der Gegenstand befindet sich in der Brennebene des Objektivs. Erst durch eine zusätzliche Tubuslinse (zwischen Objektiv und Okular) entsteht das reelle Zwischenbild in der Brennebene des Okulars. Das ermöglicht u. A. den problemlosen Einbau von Zubehör (z. B. für Fluoreszenz- und Polarisationsmikroskopie), da die Tubuslänge variabel ist.

Als Vergößerung V bezeichnet man das Verhältnis der scheinbaren Größe eines Objektes mit optischem Instrument zur scheinbaren Größe ohne Instrument in der deutlichen Sehweite (auch Bezugssehweite, 25 cm Entfernung vom Auge). Sie ergibt sich aus den Sehwinkeln β' und β mit und ohne optisches Instrument zu:

$$V = \frac{\tan \beta'}{\tan \beta} \approx \frac{\beta'}{\beta}. \quad (1)$$

Beim Mikroskop setzt sich die Gesamtvergrößerung aus der Objektivvergrößerung V_{Ob} und Okularvergrößerung V_{Ok} zusammen:

$$V = V_{Ob} \cdot V_{Ok}. \quad (2)$$

Will man die Größe eines Objektes im Mikroskop messen, dann bringt man an die Stelle des reellen Zwischenbildes einen Maßstab („Okularmessplatte“ oder „Okularmikrometer“). Dieser ist dann gemeinsam mit dem Bild scharf zu sehen und dient als Größenvergleich. Für exakte Messungen muss also der Abbildungsmaßstab des Objektivs, d.h. das Verhältnis von Bildgröße B zu Gegenstandsgröße G

$$\frac{B}{G} = V_{Ob} \quad (3)$$

genau bekannt sein. Er steht in der Regel auf dem Objektiv, jedoch kann sich der tatsächliche Wert vom aufgedruckten aufgrund von Fertigungstoleranzen etwas unterscheiden. Der Abbildungsmaßstab wird bestimmt, indem man ein Objekt definierter Größe („Objektmikrometer“) mit dem Okularmikrometer vergleicht.

2.2 Wellenoptische Erklärung der Ab-

bildung und des Auflösungsvermögens:

Die Bildentstehung im Mikroskop kann vollständig nur mit Hilfe der Wellennatur des Lichtes verstanden werden. Das einfallende Licht wird an den Strukturen des Objekts G gebeugt (Abb.2). Das Objektiv O vereinigt gebeugte und ungebeugte Wellen in der Bildebene B , wo durch Interferenz das reelle Zwischenbild entsteht. Zur Verdeutlichung betrachtet man als Modellobjekt G ein Beugungsgitter, bei dem nur ein charakteristischer Abstand (die Gitterkonstante) auftritt. Ein heller (bzw. dunkler) Punkt entsteht im reellen Zwischenbild B nur, wenn durch Interferenz des ungebeugten Anteils mit den gebeugten Strahlen eine Verstärkung (bzw. Auslöschung) eintritt.

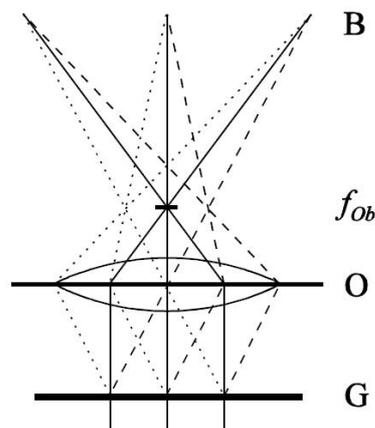


Abb.2: Wellenoptische Erklärung der Abbildung am Mikroskop

Nach der Theorie des Auflösungsvermögens von ABBE wird ein Bilddetail nur dann aufgelöst wird, wenn neben dem ungebeugten Licht wenigstens das Beugungsmaximum erster Ordnung in das Objektiv fällt und zur Bildentstehung beiträgt.

Daraus ergibt sich der kleinste Abstand zweier Bildpunkte, die noch getrennt abgebildet werden können, zu

$$d = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha} = \frac{\lambda}{A}. \quad (4)$$

Dabei ist λ die Wellenlänge des Lichtes und $A = n \cdot \sin \alpha$ die numerische Apertur des Objektivs (mit dem halben Öffnungswinkel

α des Objektivs und dem Brechungsindex n des Mediums zwischen Objekt und Objektiv). Ein Objektdetail wird um so objektähnlicher abgebildet, je mehr Beugungsmaxima im Bild interferieren. Den Kehrwert von d bezeichnet man als Auflösungsvermögen. Die numerische Apertur ist neben der Vergrößerung auf dem Objektiv angegeben.

Die Wellenlänge λ ist durch den sichtbaren Bereich des Spektrums bestimmt (Mittelwert 550 nm). Eine Steigerung des Auflösungsvermögens kann durch Verwendung von Öl-immersionssystemen erzielt werden. Dabei wird das Medium Luft ($n \approx 1$) zwischen Objekt und Objektiv durch ein Immersionsöl ($n \approx 1,5$) ersetzt; dafür sind spezielle Objektive erforderlich. Außerdem ergibt sich eine Steigerung des Auflösungsvermögens, wenn das Objekt nicht mit parallelem Licht (wie bei der Herleitung von Gl. (4) vorausgesetzt), sondern aus verschiedenen Richtungen beleuchtet wird. Wenn die Beleuchtungsapertur (Sinus des halben Öffnungswinkels des Beleuchtungskegels) gleich der numerischen Apertur des Objektivs ist, ergibt sich ein Grenzwert von

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2A}. \quad (5)$$

Dieser Wert gilt auch für die Mikroskopie von selbstleuchtenden Objekten (Fluoreszenzmikroskopie) und im Dunkelfeld.

2.3 Förderliche Vergrößerung: Ein Auge mit normaler Sehschärfe kann zwei Punkte gerade noch getrennt wahrnehmen, wenn sie

unter einem Winkel von zwei Bogenminuten erscheinen. In der deutlichen Sehweite von 25 cm entspricht das einem Abstand von 0,15 mm. Wird die Vergrößerung des Mikroskops so gewählt, dass die kleinsten trennbaren Objektabstände d (durch das Auflösungsvermögen des Mikroskops gegeben) im virtuellen Bild unter einem Winkel von zwei Bogenminuten erscheinen, dann bezeichnet man diese Vergrößerung als förderliche Vergrößerung V_M . Als Faustregel gilt: $V_M = (500 \dots 1000) \cdot A$. Vergrößerungen über diesen Betrag hinaus bezeichnet man als „leere Vergrößerung“, denn man erhält keine neuen Informationen von dem Objekt.

2.4 Köhlersche Beleuchtung:

Beim Beleuchtungsverfahren nach KÖHLER wird der Lichtkegel der Beleuchtung dem Öffnungskegel des Objektivs angepasst. Dadurch wird das Auflösungsvermögen des Objektivs vollständig ausgenutzt und überflüssiges Licht, das als Streulicht den Kontrast vermindert, wird vermieden.

Abb.3 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Beleuchtungsanordnung. Sie besteht aus Lichtquelle, Kollektorlinse und Leuchtfeldblende, die sich in der Mikroskopierleuchte befinden, sowie Aperturblende und Kondensorlinse, die unterhalb des Mikroskoptisches angebracht sind.

Der Kollektor bildet die Lichtquelle (Glühwendel) in die Ebene der Aperturblende ab. Der Kondensor bildet die Leuchtfeldblende, die sich unmittelbar neben dem Kollektor befindet, in die Objektebene ab. Zusätzlich

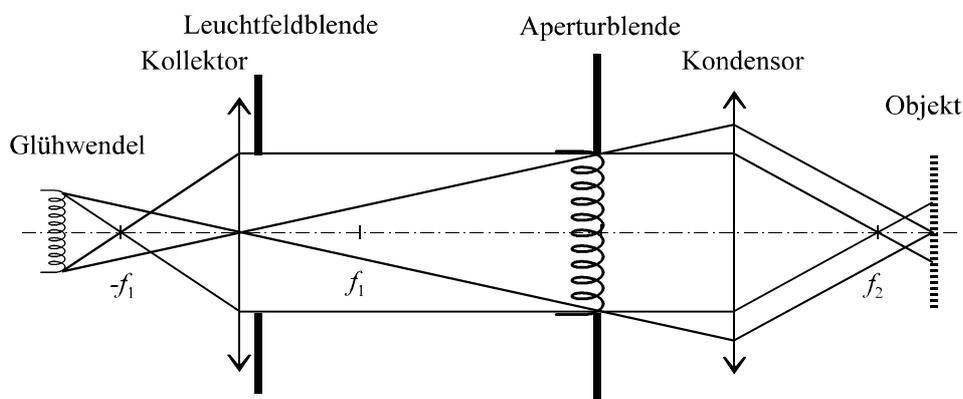


Abb.3: KÖHLERSches Beleuchtungsverfahren

liegt die Aperturblende in der vorderen Brennebene des Kondensors. Dadurch werden alle von einem Punkt der Lichtquelle ausgehenden Strahlen zu Parallelstrahlen. Je kleiner die Aperturblende eingestellt wird, um so kleiner ist der Öffnungswinkel des Strahlenbündels (die Beleuchtungsapertur). Durch diese Anordnung können sowohl die Größe des ausgeleuchteten Feldes (mit der Leuchtfeldblende) als auch die Größe der Beleuchtungsapertur (mit der Aperturblende) unabhängig voneinander verändert werden. Die Aperturblende verändert außerdem die Bildhelligkeit.

Für einen optimalen Kontrast (durch Vermeidung von Streulicht) wird die Leuchtfeldblende nur soweit geöffnet, dass das Gesichtsfeld gerade ausgeleuchtet ist und die Aperturblende möglichst weit geschlossen. Zur Erzielung des maximalen Auflösungsvermögens öffnet man die Aperturblende soweit, dass die Beleuchtungsapertur gleich der Objektivapertur wird.

2.5 Verfahren zur Kontraststeigerung:

Viele biologische Präparate, vor allem Gewebeschnitte, zeigen im einfachen Durchlichtmikroskop wenig Kontrast, so dass man trotz ausreichender Vergrößerung und Auflösung kaum etwas erkennen kann. Oft werden Präparate deshalb mit verschiedenen Methoden eingefärbt. Dies ist jedoch zeitaufwendig, außerdem lassen sich lebende Präparate kaum färben und das Objekt wird durch die Färbung selbst verändert. Mit speziellen optischen Vorrichtungen am Mikroskop lässt sich der Kontrast ebenfalls steigern; es können sogar Strukturen sichtbar gemacht werden, die im „normalen“ (Hellfeld-)Mikroskop unsichtbar sind. Für Medizin und Biologie von Bedeutung sind die Dunkelfeldmikroskopie, die Phasenkontrastmikroskopie, die Polarisationsmikroskopie und die Fluoreszenzmikroskopie. Alle außer dem letzten Verfahren können im Praktikum erprobt werden.

2.5.1 Dunkelfeld: Das bisher beschriebene Mikroskopierverfahren heißt Hellfeld, da das Gesichtsfeld ohne Präparat hell ausgeleuchtet

ist. Sorgt man durch eine Zentralblende in der Mitte der Aperturblende (Abb.3) dafür, dass kein Licht auf direktem Wege in den Strahlengang des Mikroskops gelangen kann, so bleibt das Gesichtsfeld ohne Präparat dunkel. Das Licht trifft nur aus solchen Winkeln auf das Präparat, die größer sind als die Objektivapertur. Zur Abbildung trägt dann nur das am Objekt gebeugte Licht bei.

In diesem „Dunkelfeldkontrast“ erscheinen völlig lichtdurchlässige und völlig lichtundurchlässige Bereiche des Objektes in gleicher Weise dunkel, die Kanten von Objektstrukturen leuchten dagegen hell auf. Besonders gut zu erkennen sind kleinste Partikel, die das Licht nach allen Seiten streuen.

2.5.2 Phasenkontrast: Mikroskopische Präparate unterscheidet man in Amplitudenobjekte und Phasenobjekte. Amplitudenobjekte besitzen unterschiedliche Lichtdurchlässigkeiten, was zu einem Hell-Dunkel-Kontrast führt. Phasenobjekte dagegen besitzen überall (etwa) gleiche Lichtdurchlässigkeit, aber verschiedene Brechzahlen. Im durchgehenden Licht treten Gang- bzw. Phasenunterschiede auf (siehe (6) und (7)), die mit dem Auge nicht wahrzunehmen sind. Typische Phasenobjekte sind ungefärbte Gewebeschnitte. Zur wellenoptischen Beschreibung der Bildentstehung im Mikroskop betrachtet man Beugungsgitter als einfache Modellobjekte. Bei einem Amplitudengitter (siehe Abb.4) haben die Gitteröffnungen und -stege unterschiedliche Lichtdurchlässigkeiten, so dass das im Zwischenbild Helligkeitsunterschiede vorliegen, die das Auge wahrnimmt. Beim Phasengitter haben die Gitterelemente gleiche Lichtdurchlässigkeiten, aber verschiedene

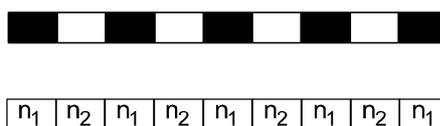


Abb.4: Amplitudengitter (oben) und Phasengitter (unten)

Brechzahlen. Obwohl auch bei Phasenobjekten durch Interferenz im reellen Zwischenbild die Objektdetails aufgelöst werden, treten dabei aber keine Helligkeitsunterschiede auf, d.h. es gibt keinen Bildkontrast.

Die mathematisch exakte wellenoptische Beschreibung des Mikroskopes zeigt, dass bei einem Amplitudengitter das gebeugte Licht im reellen Zwischenbild gegenüber dem ungebeugten um 180° ($\lambda/2$) phasenverschoben ist, bei einem Phasengitter dagegen um 90° ($\lambda/4$). Beim Phasenkontrastverfahren nach ZERNIKE (Nobelpreis 1953) wird an die Stelle der Aperturblende eine Ringblende in den Strahlengang gebracht. Das Präparat wird dann mit einem Strahlenbündel in Form eines Kegelmantels beleuchtet. Dadurch laufen die ungebeugten Strahlen in der hinteren Brennebene des Objektivs (siehe Abb.1 und 2) durch eine Ringfläche. An dieser Stelle ist im Objektiv ein $\lambda/4$ -Phasenring eingebaut, der die Phase der ungebeugten Strahlen gegenüber dem überwiegenderem Anteil der gebeugten Strahlen um -90° verschiebt. Dann beträgt die Phasenverschiebung zwischen den gebeugten und ungebeugten Strahlen beim Phasengitter im reellen Zwischenbild 180° , so dass Phasenobjekte genau wie Amplitudenobjekte im Mikroskop erkennbar werden.

Eine weitere Kontraststeigerung erzielt man durch eine Schwächung des ungebeugten Lichtes durch den leicht grau getönten Phasenring. (Nur deshalb kann man ihn sehen; siehe Abschnitt 4.3.)

2.5.3 Polarisationskontrast:

Schickt man natürliches Licht durch ein Polarisationsfilter (den Polarisator P), so erhält man linear polarisiertes Licht (siehe Versuch O 10).

Lässt man dieses Licht auf ein zweites Polarisationsfilter (den Analysator A) fallen, so wird es nur dann ungehindert hindurch gelassen, wenn die Durchlassrichtung des Analysators parallel zu der des Polarisators ist. Ist die Durchlassrichtung des Analysators dagegen um 90° gedreht („gekreuzte Stellung“ von P und A), so wird das Licht vollständig ausgelöscht.

Für den qualitativen Polarisationskontrast ist ein Mikroskop mit einem Polarisator in der Beleuchtungseinrichtung und eine Analysator oberhalb des Objektivs ausgerüstet. Beide befinden sich in gekreuzter Stellung, so dass das Gesichtsfeld ohne Präparat dunkel bleibt. Wenn aber Strukturen im Präparat die Polarisationsrichtung des Lichtes verändern, dann wird dieses Licht im Analysator nicht mehr ausgelöscht, und die Strukturen erscheinen hell oder in charakteristischen Interferenzfarben.

(Ein „Polarisationsmikroskop“ besitzt darüber hinaus Einrichtungen zum Messen von Winkeln, einen drehbaren Probenstisch, eine spezielle Beleuchtung u. a.; dieses ist in der Medizin und Biologie meist nicht notwendig und wird hier nicht besprochen.)

Die Polarisationsrichtung kann durch zwei physikalische Effekte beeinflusst werden:

(i) Optischer Aktivität ist die Eigenschaft bestimmter asymmetrisch aufgebaute Kristalle oder organischer Stoffe mit asymmetrischem Kohlenstoffatom (z.B. Zucker), beim Durchgang von linear polarisiertem Licht dessen Schwingungsrichtung zu drehen. Siehe hierzu Versuch O10.

(ii) Doppelbrechung ist eine Eigenschaft optisch anisotroper Stoffe. Diese besitzen für verschiedene Schwingungsrichtungen des Lichtes unterschiedliche Brechzahlen. Dadurch werden unpolarisierte Lichtstrahlen in zwei zueinander senkrecht linear polarisierte Teilbündel aufgespalten.

Ursachen für die Doppelbrechung sind asymmetrische Kristallgitter (z.B. bei Kalkspat), mechanische Spannung („Spannungsdoppelbrechung“) oder ein submikroskopisch anisotroper Aufbau („Formdoppelbrechung“). Letzteres tritt häufig bei biologischen Materialien auf, die eine geschichtete- oder Faserstruktur besitzen (z.B. Muskelfasern, Nervenfasern, Kollagenfasern).

Abb.5 zeigt die Schwingungsrichtungen des Lichtes, wenn eine dünne doppelbrechende Platte der Dicke d zwischen gekreuzte Polarisatoren (P und A) gebracht wird. Hinter dem Polarisator P hat das Licht die Schwingungs-

richtung L. Beim Durchgang durch die Platte wird es in zwei Strahlen aufgespalten, die senkrecht zueinander polarisiert sind (Schwingungsrichtungen L_1 und L_2). Aufgrund der für beide Strahlen unterschiedlichen Brechzahlen n_1 und n_2 besteht zwischen ihnen nach Austritt aus der Platte ein Gangunterschied

$$\delta = d \cdot (n_1 - n_2) \quad (6)$$

bzw. eine Phasendifferenz von

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot (n_1 - n_2). \quad (7)$$

Die Phasenverschiebung hängt also von der Dicke der Platte und von der Wellenlänge λ des Lichtes ab.

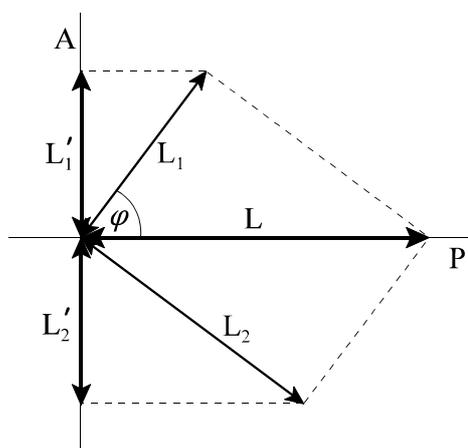


Abb.5: Durch P linear polarisiertes Licht L wird an einer doppelbrechenden Platte in L_1 und L_2 zerlegt. Durch den gekreuzten Analysator A gelangen die Anteile L_1' und L_2' .

Die beiden Teilstrahlen können zunächst nicht miteinander interferieren, da sie senkrecht zueinander polarisiert sind. (Beide Teilstrahlen zusammen nennt man auch zirkular bzw. elliptisch polarisiert.)

Der Analysator lässt von den beiden Strahlen jeweils die Anteile L_1' und L_2' hindurch. Da diese jetzt in gleicher Richtung polarisiert sind, interferieren sie miteinander.

Das Resultat hängt vom Gangunterschied δ ab. Für $\delta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$ verstärken sich beide Anteile und für $\delta = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots$ löschen sie sich aus. Im Spektrum des einfallenden

weißen Lichtes werden sich folglich bestimmte Farben auslöschen und andere verstärken. Gemäß der Physiologie des Auges entstehen charakteristische Mischfarben. Bei sehr kleinen Gangunterschieden $\delta \ll \lambda$ entstehen keine Interferenzfarben.

Schwach doppelbrechende Strukturen wie z.B. Kollagenfasern führen also im Polarisationskontrast zu einer Aufhellung und können dadurch identifiziert werden. Stark doppelbrechende Strukturen wie manche Kristalle oder Knochen erscheinen farbig.

Ein Beispiel für die Anwendung in der medizinischen Diagnostik ist die Unterscheidung von Gicht und Pseudogicht anhand der Interferenzfarbe von Kristallnadeln (Natriumurat bzw. Calciumpyrophosphat) im Gewebe.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Mikroskop „AxioStar“ mit Phasenkontrasteinrichtung, Okularmikrometer und Analysator eingebaut
- Hilfsmikroskop
- Polarisationsfilter
- Objektmikrometer
- Objektträger
- Deckgläser
- Präparate: Blutausschlag, Schnitt einer Maus oder Kaninchenzunge, Hautschnitt, Sehne, Knochenschnitt, Diatomeen

3.1 Beim Mikroskop AxioStar befindet sich die Lampe hinter einer Streuscheibe im Mikroskopfuß, sie muss nicht justiert werden.

Am Kondensator befindet sich ein Blendenrevolver mit den Ringblenden Ph1, Ph2 und Ph3 für den Phasenkontrast sowie den Stellungen H für Hellfeld und DF für Dunkelfeld. Die mit Ph gekennzeichneten Objektive sind für Phasenkontrast geeignet, in ihnen befindet sich ein ringförmiges Phasenplättchen.

Im Tubus des Mikroskops ist der Analysator für den Polarisationskontrast fest eingebaut. Der Polarisator wird bei Bedarf in die Vertiefung über der Leuchtfeldblende gelegt.

3.2 Das Objektmikrometer für die Bestimmung des Abbildungsmaßstabes ist 1 mm groß mit 0,01 mm Teilung, das Okularmikrometer 10 mm mit 0,1 mm Teilung.

3.3 Diatomeen sind einzellige Kieselalgen, die in mehr als 12000 Arten praktisch überall vorkommen. Sie weisen in ihrer Schalenkonstruktion winzige Feinstrukturen von hoher Regelmäßigkeit auf und dienen deshalb als Testobjekte für das Auflösungsvermögen von Mikroskopobjektiven.

4 Versuchsdurchführung

Hinweis:

Um Schäden an den Objekten und Objektiven zu vermeiden, führt man das Objektiv unter seitlicher Sicht dicht über das Präparat. Anschließend erfolgt die **Scharfstellung durch Vergrößerung des Abstandes**.

4.1 Alle Einstellungen werden zuerst mit dem Objektiv 10× durchgeführt. Der Kondensor ist zunächst ganz nach oben zu stellen, der Revolver muss sich in der Stellung H (Hellfeld) befinden und die Aperturblende (Hebel am Kondensorrevolver) soll etwa halb geöffnet sein.

1. Fokussieren den Okularmikrometers:

Stellen Sie mit dem Beleuchtungsstärkereger die Helligkeit geeignet ein. Falls ein Präparat auf dem Objektisch liegt, defokussieren Sie es, so dass es nicht zu sehen ist. Stellen Sie durch Verdrehen der Augenlinse das Okularmikrometer scharf; versuchen Sie dabei entspannt in die Ferne zu blicken. Das zweite Okular ist etwa so einzustellen wie das erste. (Wenn keine Okularmessplatte verwendet wird entfällt dieser Schritt, statt dessen sind die Augenlinsen etwa in Mittelstellung zu bringen.)

2. Legen Sie ein kontrastreiches Präparat (am besten den Blutausschlag) auf den Objektisch. Blicken Sie mit einem Auge in das Okular mit der Messplatte und fokussieren Sie auf das Objekt. Blicken Sie nun mit dem anderen

Auge in das andere Okular und stellen Sie, falls erforderlich, die Bildscharfe durch Verdrehen der Augenlinse nach.

3. Schließen Sie die Leuchtfeldblende so weit, dass sie im Sehfeld (zunächst unscharf) erscheint. Stellen sie dann den Kondensor so ein, dass die Leuchtfeldblende scharf in der Bildebene abgebildet wird. Mit Hilfe der beiden Stellschrauben am Kondensor wird das Bild der Leuchtfeldblende zentriert.

Danach öffnen Sie die Leuchtfeldblende so weit, dass deren Bild gerade aus dem Bildfeld verschwindet.

4. Entfernen Sie ein Okular. Im Tubus sieht man nun das Bild der Aperturblende in der hinteren Brennebene des Objektivs. (Das ergibt sich aus Abb.3: Strahlen, die von einem Punkt der Aperturblende ausgehen, sind im Objekt parallel und werden folglich in der hinteren Brennebene des Objektivs vereinigt.) Schließen Sie nun die Aperturblende so weit, bis ihr Rand gerade sichtbar wird. Jetzt ist die Beleuchtungsapertur gleich der Objektivapertur.

(Mit dem Hilfsmikroskop, das an die Stelle eines Okulars gesteckt wird, sieht man die Aperturblende vergrößert. Das ist jedoch hier nicht unbedingt erforderlich)

Eine weitere Verringerung der Beleuchtungsapertur kann - objektabhängig - erforderlich sein, um einen ausreichenden Kontrast zu erzielen. Ein zu großer Durchmesser der Aperturblende führt zu überschüssigem Licht, das vom Objektiv nicht genutzt werden kann. Es wirkt als Streulicht und vermindert die Bildqualität. Ein zu kleiner Durchmesser vermindert das Auflösungsvermögen. In den meisten Fällen erzielt man einen Kompromiss zwischen maximalem Auflösungsvermögen und maximalem Kontrast durch folgende Faustregel:

Die Beleuchtungsapertur soll etwa 2/3 der Objektivapertur betragen.

Schließen Sie deshalb die Aperturblende so weit, dass noch etwa 2/3 der Objektivaustrittspupille ausgeleuchtet werden.

Die Einstellung der Beleuchtung nach dem KÖHLERSchen Prinzip ist damit für dieses Objektiv gewährleistet.

Die Zentrierung des Kondensors und die Einstellung von Leuchtfeld- und Aperturblende müssen nach jedem Objektivwechsel wiederholt werden. Es ist aber meist ausreichend, den Kondensor nur für das stärkste Objektiv zu zentrieren, für alle anderen Objektive stimmt die Zentrierung dann ungefähr.

Die Bildhelligkeit sollte grundsätzlich nicht mit Hilfe der Aperturblende sondern mit dem Regler (über dem Schalter) oder mit Hilfe von Graufiltern eingestellt werden.

Für die Beobachtung im Dunkelfeld muss eventuell der Kondensor leicht verstellt werden (siehe 4.4).

4.2 Zur Bestimmung der Abbildungsmaßstäbe der Objektive wird das Objektmikrometer auf den Objektstisch gelegt und das Mikroskop darauf scharf gestellt. Bei richtiger Einstellung ist keine Parallaxe (Verschiebung zwischen Okular- und Objektmikrometer bei Änderung des Blickwinkels) mehr zu sehen. Beim Vergleich der beiden Skalen wird eine möglichst große Gegenstandsgröße G auf der Objektmikrometerskala gewählt; die dazugehörige Bildgröße B ist auf der Okularmikrometerskala abzulesen. Diese Messungen sind für alle vier vorhandenen Objektive durchzuführen.

4.3 Ein Phasenkontrastobjektiv wird in den Strahlengang eingeschwenkt; das Okularmikrometer durch das Hilfsmikroskop ersetzt und dieses auf das Phasenplättchen scharf eingestellt. Das Hilfsmikroskop verändert den Strahlengang im Mikroskop so, dass man in die hintere Brennebene des Objektivs sieht. Am Blendenrevolver ist die zum Objektiv passende Ringblende (Ph1 bzw. Ph2) auszuwählen, die Aperturblende muss dabei voll geöffnet sein.

Es wird kontrolliert, ob beim Einrasten des Blendenrevolvers das Phasenplättchen die Ringblende vollständig überdeckt. Gegebenenfalls ist die Blende zu justieren. Die dazu

erforderlichen Justierschlüssel hat der zuständige Assistent.

Diese Kontrolle ist für alle drei Phasenkontrastobjektive durchzuführen. Setzt man danach wieder das Okular anstelle des Hilfsmikroskopes ein, ist das Phasenkontrastmikroskop arbeitsfähig.

4.4 Bei der mikroskopischen Untersuchung von Präparaten beginnt man grundsätzlich mit der schwächsten Vergrößerung. Ist ein Objekt gefunden und fokussiert, werden bis zur erforderlichen Vergrößerung schrittweise stärkere Objektive eingesetzt.

Um die verschiedenen Kontrastierungsverfahren kennenzulernen, werden folgende Untersuchungen vorgeschlagen (der Assistent legt fest, welche durchzuführen sind):

Vergessen Sie dabei nicht, alle Beobachtungen zu protokollieren!

1. Der Blutaussstrich ist im Hellfeld zu betrachten. In der stärksten Vergrößerung werden die Durchmesser von 10 Erythrozyten bestimmt. Dabei sollten einzelne, flach liegende Erythrozyten ausgewählt werden.

Es werden die Bildgrößen in Skalenteilen (Skt.) gemessen. Später werden daraus mit Hilfe des Abbildungsmaßstabes die Objektgrößen berechnet.

2. Im Diatomeen-Präparat sind an mindestens zwei Objekten die Größen der Feinstrukturen unter Verwendung des Objektivs mit der stärksten Vergrößerung zu messen bzw. zu schätzen. Suchen Sie die kleinsten noch erkennbaren Strukturen und schätzen Sie aus deren Größe das Auflösungsvermögen des Objektivs. Beobachten (und protokollieren) Sie, wie sich die Änderung der Beleuchtungsapertur auf Kontrast und Auflösungsvermögen auswirkt.

3. Am Phasenkontrast-Präparat (junge Maus oder Kaninchen-Geschmacksknospen, gekennzeichnet mit PHAKO) ist mit und ohne Phasenkontrast zu untersuchen, welche Strukturdetails erkennbar sind. (z.B. bestimmte Organe, Zellen, Zellkerne)

4. Der gefärbte Schnitt einer Sehne ist im Hellfeld und mit Polarisationskontrast zu betrachten. Dazu wird das Polarisationsfilter auf die Leuchtfeldblende gelegt und so gedreht, dass das Gesichtsfeld ohne Präparat bei maximaler Beleuchtungsstärke dunkel ist. Die Aperturblende muss dazu etwas geschlossen werden. Die Doppelbrechung im Sehngewebe wird durch Kollagen hervorgerufen.

5. Der gefärbte Knochenschnitt ist im Hellfeld, Dunkelfeld und Polarisationskontrast zu untersuchen.

Für Dunkelfeldkontrast ist maximale Beleuchtung erforderlich, die Aperturblende muss vollständig geöffnet sein. Falls das Gesichtsfeld (mit Präparat) ungleichmäßig und/oder farbig ausgeleuchtet erscheint, muss der Kondensor etwas verstellt werden. (Die richtige Zentrierung des Kondensors und Einstellung der Leuchtfeldblende entspr. 4.1 wird immer vorausgesetzt.)

6. Ein Haar wird mit einem Tropfen Wasser auf einen Objektträger gelegt und mit einem Deckglas abgedeckt. (Ein Deckglas der Standarddicke 0,17 mm ist erforderlich bei entsprechend korrigierten Objektiven, die mit /0.17 gekennzeichnet sind.)

Der Durchmesser des Haares ist an 10 verschiedenen Stellen zu bestimmen.

5 Auswertung

5.2 Die Abbildungsmaßstäbe der Objektive werden nach Gl. (3) berechnet und mit den Angaben auf den Objektiven verglichen.

5.4 Aus den 10 Einzelmessungen der Erythrozyten und des Haares sind Mittelwert und Standardabweichung und daraus m.H. des Abbildungsmaßstabes nach Gl. (3) die Größen in μm zu berechnen. Welche Bedeutung hat hier die Standardabweichung?

Aus der numerischen Apertur des verwendeten Objektivs ist nach (4) und nach (5) das theoretische Auflösungsvermögen zu berechnen und mit dem am Diatomeen-Präparat abgeschätzten Wert zu vergleichen.

6 Literaturangaben

Gerlach, D.: Das Lichtmikroskop, Georg Thieme Verlag, 1985

Trautwein, Kreibig, Oberhausen: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten. de Gruyter; Berlin 1984

7 Kontrollfragen

7.1 Wodurch werden die Vergrößerung und das Auflösungsvermögen eines Mikroskops bestimmt?

7.2 Was versteht man unter einer förderlichen Vergrößerung, und wie groß ist sie bei einem Objektiv mit Ölimmersion ($n \cdot \sin \alpha = 1,3$; $\lambda = 500\text{nm}$)?

7.3 Wozu dienen Leuchtfeld- und Aperturblende?

7.4 Welche Kontrastierungsverfahren gibt es und wofür setzt man sie ein?

Polarimeter und Refraktometer

O 10

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Konzentration einer wässrigen Zuckerlösung (Saccharose) ist mit dem Polarimeter zu bestimmen.

1.2 Die Brechzahl von Glycerol-Wasser-Gemischen ist in Abhängigkeit von der Konzentration mit dem Refraktometer zu bestimmen.

1.3 Von einem vorgegebenen Glycerol-Wasser-Gemisch ist die Konzentration zu ermitteln.

2 Grundlagen

Lichtwellen gehören zu den elektromagnetischen Wellen. Jeder Lichtstrahl besteht dabei aus einer Vielzahl einzelner Wellenzüge. Ein solcher Wellenzug besteht aus einem elektrischem und damit verkoppelten magnetischem Wechselfeld, deren Lage jeweils transversal (senkrecht) zur Ausbreitungsrichtung ist. Elektrische und magnetische Feldstärke schließen einen Winkel von 90° ein (Abb.1). Besteht ein Lichtstrahl aus natürlichem (unpolarisiertem) Licht, können die elektrischen und magnetischen Felder in beliebige, dabei aber immer zur Ausbreitungsrichtung

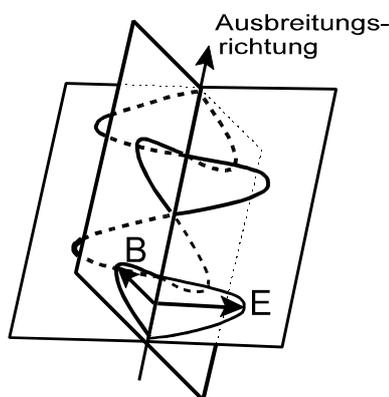


Abb.1: Lage des elektrischen und magnetischen Feldstärkevektors für einen Wellenzug

transversale Richtungen schwingen. Licht heißt linear polarisiert, wenn alle elektrischen Felder nur noch in einer transversalen Richtung schwingen. Die zugehörigen magnetischen Felder liegen dann senkrecht dazu auch nur noch in einer Richtung.

Die Richtung der elektrischen Feldstärkevektoren heißt Schwingungsrichtung oder Polarisationsrichtung des Lichtes.

2.1 Aus normalem, unpolarisiertem Licht erzeugt man linear polarisiertes Licht durch Reflexion an einem durchsichtigen Stoff unter dem BREWSTERSchen Winkel, durch Doppelbrechung (NICOLSches Prisma, siehe Literaturangaben) oder mit Hilfe von Polarisationsfiltern auf der Basis dichroitischer Folien.

Unter Dichroismus versteht man die Eigenschaft mancher doppelbrechender Stoffe, einen der beiden senkrecht zueinander linear polarisierten Teilstrahlen zusätzlich stark zu absorbieren, während der andere fast ungeschwächt hindurchgeht. Dichroismus lässt sich künstlich erzeugen in Polymerfilmen, deren Makromoleküle parallel ausgerichtet sind (Formdoppelbrechung, siehe Versuch O4). Damit lassen sich preiswerte Polarisationsfilter herstellen, die einen Polarisationsgrad von bis zu 99% aufweisen.

Optisch aktive Substanzen sind Stoffe, die beim Durchgang von linear polarisiertem Licht dessen Schwingungsrichtung drehen. Diese optische Aktivität kann hervorgerufen werden durch asymmetrische Molekülstrukturen (z.B. bei asymmetrischen Kohlenstoffatomen) oder durch die schraubenförmige Anordnung von Gitterbausteinen. Manche Substanzen, von denen zueinander spiegelbildliche Isomere existieren (chirale Verbindungen), gibt es in einer rechtsdrehenden (+) und einer linksdrehenden (-) Variante. Beispiele sind die verschiedenen Zucker und Milchsäure.

Bei Lösungen von optisch aktiven Substanzen hängt der Drehwinkel von der Art des Stoffes, von der Dicke der durchstrahlten Schicht (Länge l des Polarimeterrohrs), von der Konzentration c und von der Wellenlänge λ ab. Diese Wellenlängenabhängigkeit nennt man Rotationsdispersion. Blaues Licht wird stärker gedreht als rotes.

Für den Drehwinkel φ gilt:

$$\varphi = k \cdot l \cdot c . \quad (1)$$

Die Materialgröße k heißt spezifische Drehung oder spezifisches Drehvermögen, sie hängt von der Wellenlänge ab.

2.2 Die Brechzahl n eines Stoffes ist definiert als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 zur Lichtgeschwindigkeit c im Stoff:

$$n = \frac{c_0}{c} . \quad (2)$$

Sie ist abhängig vom Material und von der Wellenlänge λ des Lichtes (Dispersion). In einer Lösung ist die Brechzahl von der Konzentration (d. h. vom Mischungsverhältnis) abhängig. Die Messung der Brechzahl eignet sich deshalb in manchen Fällen für genaue und einfach durchführbare Konzentrationsmessungen. Anwendungen sind z. B. die Bestimmung des Gesamteiweißgehaltes im Blutserum in der Medizin oder die Bestimmung des Zuckergehaltes im Traubensaft in der Winzerei.

Beim Übergang des Lichtes von einem optisch dünneren Medium mit der Brechzahl n_1 zu einem optisch dichteren Medium mit der Brechzahl n_2 ($n_2 > n_1$) werden die Lichtstrahlen zum Einfallslot hin gebrochen (Abb.2). Bezeichnet man den Einfallswinkel mit α und den Brechungswinkel mit β , so lautet das Brechungsgesetz:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta . \quad (3)$$

Für den größtmöglichen Einfallswinkel $\alpha = 90^\circ$ (streifender Lichteinfall) ergibt sich ein maximaler Brechungswinkel β_{Gr} .

Den Strahlengang in Abb.2 kann man auch

umkehren: vom optisch dichteren Medium (n_2) zum optisch dünneren Medium (n_1), Einfallswinkel β , Ausfallswinkel α . Für $\beta > \beta_{Gr}$ wird kein Licht in das optisch dünnere Medium gebrochen, denn das Brechungsgesetz (3) kann nicht erfüllt werden. Statt dessen wird das Licht an der Grenzfläche vollständig reflektiert. β_{Gr} heißt deshalb Grenzwinkel der Totalreflexion.

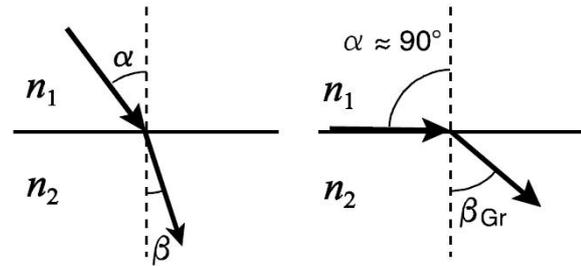


Abb.2: Strahlengang der Brechung für $n_2 > n_1$, links: allgemeiner Fall, rechts: streifender Einfall

Aus dem Brechungsgesetz ergibt sich:

$$\sin \beta_{Gr} = \frac{n_1}{n_2} . \quad (4)$$

Bei bekannter Brechzahl n_2 (Messprisma des Refraktometers) kann somit durch die Messung des Grenzwinkels β_{Gr} die Brechzahl n_1 des anderen Mediums (der Messflüssigkeit) bestimmt werden.

Zur Messung des Grenzwinkels beleuchtet man die Grenzfläche durch eine Mattscheibe mit rauer Oberfläche (siehe Abb.3). Die Lichtstrahlen treffen dann unter allen möglichen Einfallswinkeln zwischen 0° und 90° auf die Grenzfläche. Somit können alle Brechungswinkel zwischen 0° und β_{Gr} auftreten. Wenn man durch ein Fernrohr unter dem Winkel β_{Gr} auf die Grenzfläche blickt,

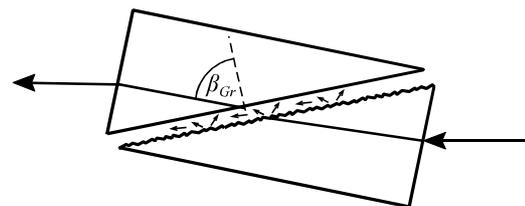


Abb.3: Strahlengang am Abbe-Refraktometer

sieht man eine Hell-Dunkel-Grenze; diese lässt sich leicht ausmessen.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Polarimeter mit Natrium-Spektralleuchte
- Polarimeterrohr
- Flasche mit Zuckerlösung
- Refraktometer nach ABBE
- 2 Büretten mit Glycerol und aqua dest.
- diverse Glasgeräte
- Fläschchen mit Glycerol-Wasser-Gemisch unbekannter Konzentration

3.1 Das Polarimeter besteht aus einer monochromatischen Lichtquelle (Na-D-Licht, $\lambda = 589,3 \text{ nm}$), einem Polarimeterrohr, einem Polarisator und einem drehbaren Analysator mit Winkelmesseinrichtung.

Stehen die Schwingungsrichtungen (Durchlassrichtungen) von Polarisator und Analysator senkrecht zueinander (gekreuzt), so ist das Gesichtsfeld im Polarimeter dunkel.

Bringt man dann zwischen Polarisator und Analysator das Polarimeterrohr mit der Lösung des optisch aktiven Stoffes (Zuckerlösung), so wird das Gesichtsfeld aufgehellt, da die Schwingungsrichtung des linear polarisierten Lichtes um den Winkel φ gedreht wurde. Dreht man den Analysator um diesen Winkel φ nach, so ist das Gesichtsfeld wieder dunkel. Auf diese Weise lässt sich der Drehwinkel φ messen.

Da die Einstellung des Gesichtsfeldes auf maximale Dunkelheit oder Helligkeit ohne Vergleich sehr ungenau ist, benutzt man im Polarimeter ein dreigeteiltes Gesichtsfeld (siehe Abb.2). Dazu besteht der Polarisator aus zwei um 10° gegeneinander versetzten Polarisationsfolien (Halbschattenpolarimeter). Während des Messvorganges wird der Drehwinkel des Analysators so eingestellt, dass sich die drei Teile des Gesichtsfelds nicht unterscheiden (gleiche Resthelligkeit) und die Trennlinien nahezu verschwinden. Bei einer geringen Drehung in eine Richtung muss der mittlere Teil heller und bei geringer

Drehung in die entgegengesetzte Richtung dunkler als die äußeren Teile werden.

Zur genauen Ablesung des Winkels für den Umschlagpunkt ist die Winkelmesseinrichtung am Analysator mit einem Nonius ausgestattet, mit dessen Hilfe der Winkel auf $0,05^\circ$ genau abgelesen werden kann.

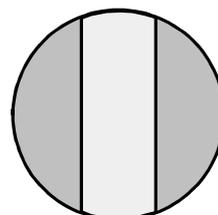


Abb.4: Dreigeteiltes Gesichtsfeld im Polarimeter

3.2 Das Refraktometer besteht im wesentlichen aus

- einem Beleuchtungsprisma mit einer rauen Oberfläche,
- einem Messprisma, dessen Brechzahl n_2 größer sein muss als die Brechzahl n_1 der Messflüssigkeit,
- einem schwenkbaren Fernrohr mit Winkelmesseinrichtung, wobei auf der gemäß (4) kalibrierten Skale Brechzahlen abgelesen werden können,
- einer Einrichtung (AMICI-Prismenpaar) zur Kompensation der Dispersion (Farbsäume).

Der streifend einfallende Lichtanteil ($\alpha \approx 90^\circ$) wird unter dem Grenzwinkel β_{Gr} gebrochen und im Fernrohr als Grenzlinie zwischen Hell- und Dunkelfeld beobachtet.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Zu Beginn wird die Na-Spektralleuchte eingeschaltet; nach ca. 5 min erreicht die Lampe ihre maximale Helligkeit.

Die Nullstellung des Polarimeters wird bestimmt, indem man ohne Polarimeterrohr die Einstellung des Gesichtsfeldes wie in 3.1 beschrieben vornimmt (Umschlagpunkt einstellen) und den dazugehörigen Winkel φ_0

abliest. Die Messung ist 5 mal zu wiederholen.

Das Polarimeterrohr soll möglichst blasenfrei mit Zuckerlösung gefüllt werden. Dazu hält man das Rohr senkrecht und füllt es vollständig. Das Glasfenster (ohne Schraubkappe) wird seitlich über die Öffnung geschoben und überflüssige Lösung mit Zellstoff entfernt. Danach wird das Rohr (nicht zu fest) zugeschraubt und in das Polarimeter eingelegt. Eine verbleibende kleine Blase kann in die Verdickung des Polarimeterrohres gebracht werden.

Nun wird der Analysator nachgedreht und erneut der Umschlagpunkt eingestellt; der zugehörige Winkel φ_m ist abzulesen. Auch diese Messungen werden 5 mal durchgeführt. Der Drehwinkel φ ergibt sich dann als Differenz der Mittelwerte von φ_m und φ_0 :

$$\varphi = \overline{\varphi_m} - \overline{\varphi_0} . \quad (5)$$

Die Länge des Polarimeterrohres ist zu messen.

Nach den Messungen wird die verwendete Zuckerlösung in die Flasche zurückgefüllt und das Polarimeterrohr mit Wasser ausgespült; das Rohr ist offen zu lassen.

4.2 Die beiden Prismen des Refraktometers müssen sich auf der rechten Seite befinden, die Lichteintrittsöffnung der Skalenbeleuchtung (links oben) muss aufgeklappt sein.

Die Prismen werden auseinander geklappt, das Beleuchtungsprisma mit der rauen Oberfläche (unten) wird etwa waagrecht eingerichtet. Nun bringt man 1-2 Tropfen der Messflüssigkeit auf das Beleuchtungsprisma, danach wird das Beleuchtungsprisma auf das Messprisma geklappt und der Riegel geschlossen.

Der Beleuchtungsspiegel ist so einzurichten, dass die rechteckige Lichteintrittsöffnung ausgeleuchtet wird. Nun wird die Grenzlinie zwischen Hell- und Dunkelfeld im Fernrohr aufgesucht. Sie wird mit Hilfe des großen Rändelknopfes auf die Mitte des Fadenskreuzes eingestellt und die dazugehörige Brechzahl im Ablesemikroskop abgelesen. Die Scharfstellung auf das Fadenskreuz und

auf die Skalen erfolgt durch Drehen der entsprechenden Okularlinsen am Fernrohr bzw. am Ablesemikroskop. Ein evtl. vorhandener Farbsaum lässt sich durch Verstellen der AMICI-Prismen (kleiner Rändelknopf) weitgehend beseitigen.

Es werden die Brechzahlen für folgende Flüssigkeiten gemessen:

- aqua dest.,
- reines Glycerol,
- 5 Glycerol-Wasser-Gemische: 4:1, 4:2, 4:4, 4:8, 4:16 und
- ein Glycerol-Wasser-Gemisch unbekannter Konzentration.

Für das Gemisch 4:1 nimmt man 4 ml Glycerol und 1 ml aqua dest., die weiteren Gemische werden durch Verdünnung mit Wasser hergestellt.

Jede Brechzahl ist 5 mal zu messen (jeweils Neueinstellung mit großem Rändelknopf). Bei Wechsel der Messflüssigkeit und am Ende sind die Prismen sorgfältig zu reinigen.

4.3 Die Brechzahl des Glycerol-Wasser Gemisches unbekannter Zusammensetzung ist ebenfalls fünf mal zu messen.

5 Auswertung

5.1 Die Konzentration c (in g/l) der Zuckerlösung wird nach den Gleichungen (1) und (5) berechnet.

Das spezifische Drehvermögen von Saccharose ($C_{12}H_{22}O_{11}$) beträgt bei $\lambda = 589,3$ nm $k = 66,456$ grad ml dm⁻¹ g⁻¹.

Es ist eine Fehlerrechnung durchzuführen. Für die Messunsicherheit des Drehwinkels ist die Summe der Standardabweichungen von Nullstellung und Drehwinkel einzusetzen.

5.2 Die Brechzahlen sind in Abhängigkeit von der Volumenkonzentration grafisch darzustellen.

5.3 Mit Hilfe des Diagramms aus 5.2 wird die Konzentration des unbekanntes Glycerol-Wasser-Gemisches bestimmt. Die Konzentration ist in Vol.-% Glycerol anzugeben.

6 Literatur

Grimsehl, E.: Lehrbuch der Physik. Bd 3, B.G. Teubner, Leipzig 1978

Trautwein, Kreibig, Oberhausen: Physik für Mediziner, de Gruyter, Berlin 1987.

Kamke, D.; Walcher, W.: Physik für Mediziner, B.G. Teubner, Stuttgart, 1994.

7 Kontrollfragen

7.1 Was ist Licht?

7.2 Wie kann linear polarisiertes Licht erzeugt werden?

7.3 Was ist Brechung, wann tritt Totalreflexion auf?

7.4 Welche störenden Effekte kann Dispersion im Refraktometer hervorrufen?

Radioaktivität

O 16

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Abhängigkeit der Strahlungsintensität vom Abstand zur Strahlenquelle ist zu ermitteln.

1.2 Der Schwächungskoeffizient und die Halbwertsdicke von Blei für die Gammastrahlung von Co-60 sind zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

Unter Radioaktivität versteht man die Eigenschaft bestimmter Atomkerne, sich infolge ungünstiger Proton-Neutron-Verhältnisse spontan in andere Atomkerne oder Atomkerne anderen Energieinhalts unter Emission charakteristischer radioaktiver Strahlung umzuwandeln. Sie kommt natürlich vor, kann aber auch künstlich erzeugt werden (durch Beschuss stabiler Atomkerne). Medizinisch relevante Strahlenarten sind:

α -Strahlung (Heliumkerne, bestehend aus 2 Protonen und zwei Neutronen),

β^- -Strahlung (Elektronen),

β^+ -Strahlung (Positronen),

γ -Strahlung (elektromagnetische Wellen mit einer Quantenenergie über 100 keV).

γ -Strahlung entsteht als Folge von Kernreaktionen, bei denen der Kern in einen angeregten Zustand gelangt ist. Aus diesem kehrt

er durch Aussendung von γ -Strahlung wieder in den Grundzustand zurück.

Auf der Messung radioaktiver Strahlung beruhen viele diagnostische Verfahren der Nuklearmedizin. Z. B. können durch Aktivitätsmessungen nach Gabe von Radiopharmaka Stoffwechselprozesse ohne Eingriff in den Körper untersucht werden (zeitlicher Verlauf, Anreicherung in Organen usw.). Bildgebende Verfahren, die auf der Messung von γ -Strahlung basieren (Szintigraphie, Positronenemissionstomographie), ergänzen die bekannten Röntgen- und NMR-Methoden.

Der therapeutische Einsatz radioaktiver Strahlung dient meist der Bestrahlung von Tumoren.

Das im Praktikum untersuchte Co-60 ist ein γ -Strahler, der früher in der Medizin für die Telekobalttherapie verwendet wurde. Co-60 entsteht durch Neutronen-Einfang aus Co-59 und hat eine Halbwertszeit von 5,27 Jahren.

2.1 In einem radioaktiven Präparat ist die Zahl der sich pro Zeiteinheit umwandelnden Atomkerne proportional zur Zahl der vorhandenen Kerne. Die (mittlere) Anzahl der Kernumwandlungen pro Sekunde nennt man Aktivität A :

$$A = -\frac{dN}{dt}. \quad (1)$$

Da alle Atomkerne mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zerfallen folgt, dass während des folgenden Zeitintervalls dt die Zahl der radioaktiven Kerne um

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt \quad (2)$$

(λ - Zerfallskonstante) abnehmen wird. Für die Anzahl N gilt daher das Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (3)$$

mit N_0 der Zahl der radioaktiven Atomkerne zur Zeit $t = 0$.

Wird ein γ -Quant (oder auch ein α - oder β -Teilchen) von einem Strahlungsdetektor wie dem Geiger-Müller-Zählrohr registriert, löst es in diesem einen Stromimpuls aus. Die pro Zeiteinheit registrierte Impulsanzahl N heißt Impulsrate I , sie ist proportional zur Strahlungsintensität. Die von einem radioaktiven Präparat erzeugte Impulsrate ergibt sich aus der Differenz der Impulsraten, die mit und ohne Präparat gemessen werden:

$$I = I_p - I_L, \quad (4)$$

wobei I_p die Messrate und I_L den Leerwert (Nulleffektrate) bezeichnet. Der Nulleffekt wird durch kosmische und Umgebungsstrahlung sowie durch Detektorstörimpulse bewirkt. Die Impulsrate ist ein Maß für die Intensität der Strahlung; sie hängt außerdem von den Eigenschaften des Zählrohres und von der Energie der Strahlung ab.

2.2 Beim Durchgang durch Materie wird die Intensität der Gamma-Strahlung (gemessen als Impulsrate I) in Abhängigkeit von der Dicke x des durchstrahlten Stoffes vermindert (Schwächungsgesetz):

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (5)$$

I_0 ist die Intensität der einfallenden und I die Intensität der austretenden Strahlung. μ heißt Schwächungskoeffizient und hängt vom Stoff und von der Energie der Gamma-Quanten ab. Für die Schwächung sind neben der elastischen Streuung (μ_s) drei Absorptionseffekte wesentlich: Der Photoeffekt (μ_{ph}), die unelastische Streuung (Comptoneffekt, μ_c) und

der Paarbildung (μ_p):

$$\mu = \mu_s + \mu_{ph} + \mu_c + \mu_p. \quad (6)$$

Der Einfluss dieser einzelnen Effekte auf den Schwächungskoeffizienten ist energieabhängig, wobei die elastische Streuung und der Photoeffekt bei niedrigen und der Paarbildungseffekt bei den höchsten Energien dominieren.

Unter der Halbwertsdicke $d_{1/2}$ eines Stoffes versteht man die Schichtdicke, nach der die Intensität der Strahlung auf die Hälfte abgesunken ist. Aus der Gleichung (5) folgt damit

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}. \quad (7)$$

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Radioaktives Präparat Co-60
- Geiger-Müller-Zählrohr
- Digitalzähler
- verschieden dicke Absorberplatten aus Blei

3.1 Das radioaktive Präparat Co-60 befindet sich in einer Bohrung in einem Acrylglasblock, der auf einem beweglichen Schlitten befestigt ist. Zur Messung der Strahlungsintensität (Impulsrate) wird ein Fensterzählrohr verwendet, das ein selbstlöschendes Geiger-Müller-Zählrohr zum Nachweis der Gamma-Strahlung ist. Die Impulse werden von einem elektronischen Zähler registriert, der gleichzeitig die Betriebsspannung für das Zählrohr liefert. Präparat und Zählrohr sind so auf einer optischen Schiene angeordnet, dass die zu messende Strahlung vom Präparat durch eine Öffnung im Acrylglasblock auf das Fenster des Zählrohres trifft. In den Strahlengang können Absorberplatten eingebracht werden.

4 Versuchsdurchführung

Die Co-60 - Quelle ist ein bauartgenehmigtes, für Schülerversuche zugelassenes Präparat.

Strahlenschutz

Entsprechend der Strahlenschutzverordnung ist jede Bestrahlung, auch unterhalb der zulässigen Grenzwerte, zu minimieren. Abstand ist der beste Strahlenschutz! Deshalb: Halten Sie das Präparat nicht unnötig in der Hand. Halten Sie beim Experimentieren einen Abstand von etwa 0,5 m zum Präparat ein.

Die Strahlenbelastung bei der Durchführung des Versuches ist typischerweise 200 mal kleiner als bei einer medizinischen Röntgenaufnahme.

4.1 Für das Zählrohr ist eine Betriebsspannung von 480 V einzustellen. Die Messzeit beträgt 60 s. Alle Messungen werden jeweils fünf mal durchgeführt.

Der Nulleffekt I_L ist durch Messung ohne radioaktives Präparat zu bestimmen.

Zur Ermittlung der Abhängigkeit der Impulsrate vom Abstand r wird das Präparat in den Abständen 40; 50; 70; 100; 140; 190 und 250 mm zum Zählrohr positioniert und die zugehörigen Impulsraten werden bestimmt. Dabei sind die Abstände auf der optischen Schiene an den Innenkanten der Halter abzulesen.

4.2 Zur Bestimmung des Schwächungskoeffizienten μ für Blei wird das Präparat in einem Abstand von 10 cm vom Zählrohr positioniert und zwischen ihnen die Absorberhalterung eingesetzt. Bleiplatten verschiedener Dicken x werden in den Strahlengang gebracht und die dazugehörigen Impulsraten gemessen. Die Messungen sind für $x = 1; 2; 5; 10; 20; 30$ mm je fünfmal durchzuführen. Die Messung für $x = 0$ wurde bereits in 4.1 durchgeführt.

5 Auswertung

Aus den jeweils fünf Einzelmessungen in 4.1 und 4.2 wird der Mittelwert gebildet. Alle Werte für die Impulsraten werden durch

Abzug des Nulleffektes korrigiert.

5.1 Zur Bestimmung des Abstandsgesetzes $I = I(r)$ werden die Impulsraten in Abhängigkeit vom Abstand r doppelt logarithmisch dargestellt. Aus dem Anstieg ist der Exponent des Abstandsgesetzes zu bestimmen. Vergleichen Sie diesen mit dem theoretischen Wert!

5.2 Zur Bestimmung des Schwächungskoeffizienten μ für Blei werden die Impulsraten in Abhängigkeit von den Absorberdicken x graphisch dargestellt. Es ist eine halblogarithmische Darstellung zu wählen (Zählrate logarithmisch als Ordinate, Dicke linear als Abszisse). Alternativ kann $\ln(I)$ berechnet und linear (d. h. auf normalem Millimeterpapier) dargestellt werden.

Aus (5) erhält man durch Logarithmieren:

$$\ln I = \ln I_0 - \mu \cdot x \quad \text{oder}$$

$$\lg I = \lg I_0 - \mu \cdot x \cdot \lg e.$$

Der Schwächungskoeffizient μ ergibt sich folglich aus dem Anstieg der Kurve.

Die Halbwertsdicke von Blei ist nach Gl. (7) zu berechnen.

6 Literaturangaben

Haas, U.: Physik für Pharmazeuten und Mediziner. WVG Stuttgart, 2002

Beier, W., Pliquett, F., Physik, Leipzig 1987

Fercher, A.F.: Medizinische Physik. Springer Verlag 1992

7 Kontrollfragen

7.1 Was ist der Unterschied zwischen Röntgen- und γ -Strahlung?

7.2 Was versteht man unter den Begriffen „Halbwertsdicke“ und „Halbwertszeit“?

7.3 Nach welchem Gesetz nimmt die Strahlungsintensität mit der Entfernung ab?

7.4 Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Härte und der Durchdringungsfähigkeit der γ -Strahlung?

Spektralphotometer

O 20

1 Aufgabenstellung

Bringen Sie bitte zum Versuch zwei kleine, frische grüne Blätter mit!

1.1 Die Apparatfunktion eines Spektralphotometers ist aufzunehmen, das Gerät ist zu kalibrieren.

1.2 Ein alkoholischer Chlorophyllextrakt ist herzustellen und seine Extinktion bei verschiedenen Konzentrationen im Spektralbereich von 400...750 nm zu bestimmen.

1.3 Die Konzentration von Chlorophyll a und Chlorophyll b sowie das Verhältnis beider Konzentrationen sind zu ermitteln.

2 Grundlagen

2.1 Beim Durchgang durch Materie wird Licht durch Absorption und durch Streuung (Brechung und Reflexion an kleinen Teilchen) geschwächt. An Grenzflächen wird das Licht partiell reflektiert. Alle drei Prozesse sind abhängig von der Wellenlänge.

Das Verhältnis der durch eine Probe hindurchgehenden Lichtintensität I zu einfallender Intensität I_0 wird als Transmissionsgrad oder kurz Transmission T bezeichnet:

$$T = \frac{I}{I_0}. \quad (1)$$

Die Abnahme der Intensität durch Absorption kann in Abhängigkeit von der durchstrahlten Materialdicke d mathematisch beschrieben werden durch

$$I = I_0 e^{-\mu d}, \quad (2)$$

wobei μ als Absorptionskoeffizient bezeichnet wird; siehe auch Versuch O16, Gl.(5).

Wird in einer Lösung das Licht vom gelösten Stoff absorbiert, so ist μ proportional zu dessen Konzentration c :

$$\mu = \varepsilon_n \cdot c. \quad (3)$$

ε_n heißt (natürlicher) Extinktionskoeffizient und hängt von der Substanz und von der Wellenlänge ab.

Aus (2) und (3) ergibt sich das LAMBERT-BEERSche Absorptionsgesetz

$$I = I_0 e^{-\varepsilon_n \cdot c \cdot d}. \quad (4)$$

Als (natürliche) Extinktion E_n bezeichnet man

$$E_n = \ln \frac{I_0}{I} = \varepsilon_n \cdot c \cdot d. \quad (5)$$

Die Konzentration einer Lösung lässt sich damit über die Extinktion bestimmen.

In der Praxis wird meist nicht mit dem natürlichen, sondern mit dem dekadischen Logarithmus gerechnet, so auch bei dem hier verwendeten Spektralphotometer. Die Beziehung für die dekadische Extinktion E lautet:

$$E = \lg \frac{I_0}{I} = \varepsilon \cdot c \cdot d. \quad (6)$$

Zwischen dem spezifischen dekadischen (ε) und dem spezifischen natürlichen Extinktionskoeffizient (ε_n) besteht die Beziehung $\varepsilon = \varepsilon_n / \ln 10 = 0,4343 \cdot \varepsilon_n$

Durch Vergleich von (1) und (6) findet man die wichtige Gleichung

$$E = \lg \frac{1}{T}. \quad (7)$$

Wir betrachten nun den Fall, dass das Licht erst durch eine Lösung des Stoffes 1 und danach durch eine Lösung des Stoffes 2 geschwächt werde. Die eingestrahelte Intensität sei I_0 , die Intensität nach der 1. Lösung I_1 und nach der 2. Lösung I_2 . Dann ist nach (1) die Transmission der 1. Lösung $T_1 = I_1/I_0$, die der 2. Lösung $T_2 = I_2/I_1$ und die Transmission der gesamten Anordnung

$$T_{ges} = \frac{I_2}{I_0} = T_1 \cdot T_2 . \quad (8)$$

Für die Extinktionen gilt nach (7):

$$\lg \frac{1}{T_1 \cdot T_2} = \lg \frac{1}{T_1} + \lg \frac{1}{T_2} \quad (9)$$

$$E_{ges} = E_1 + E_2 .$$

Diese Betrachtung gilt auch, wenn sich die beiden Stoffe gemeinsam in einer Lösung befinden (sofern sie sich nicht gegenseitig beeinflussen). Zusammengefasst gilt deshalb folgender Satz:

Wird Licht durch mehrere verschiedene Prozesse geschwächt, so multiplizieren sich die Transmissionen und addieren sich die Extinktionen der Einzelprozesse.

Im wissenschaftlichen Alltag wird die Extinktion (englisch: *absorbance*) oft fälschlich "Absorption" genannt. Dies sollte im Interesse einer eindeutigen Sprache vermieden werden. Die Absorption bzw. der Absorptionsgrad A bezeichnet die Größe $(1 - T)$.

2.2 Die photometrische Bestimmung des Chlorophyllgehaltes in Biomasse ist eine Standardmethode in der Biologie. Dafür ist unter anderem die vollständige und schonende Extraktion des Chlorophylls erforderlich, was im Rahmen des Physikpraktikums nicht möglich ist. Hier liegt der Schwerpunkt auf der spektroskopischen Methode. Es soll die Konzentration in einem selbst hergestellten

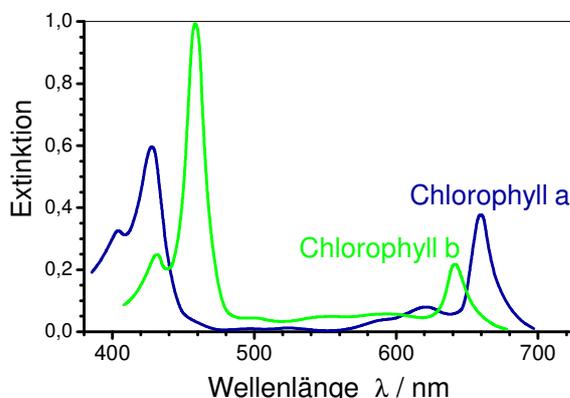


Abb.1: Extinktion von Chlorophyll a und Chlorophyll b

Chlorophyll-Rohextrakt gemessen werden. Dieser enthält hauptsächlich Chlorophyll a (Chl.a) und Chlorophyll b (Chl.b), deren Extinktionsspektren bekannt sind (siehe Abb.1).

In Ethanol liegt das Extinktionsmaximum von Chl.a bei 665 nm und das von Chl.b bei 649 nm. Die Extinktion der Rohextraktlösung ist entsprechend Gl. (9) die Summe aus den Anteilen beider Chlorophylle. Misst man die Extinktion in den beiden Maxima, so kann mit Hilfe der Gleichungen

$$E_{649} = \epsilon_{a,649} \cdot c_a \cdot d + \epsilon_{b,649} \cdot c_b \cdot d$$

$$E_{665} = \epsilon_{a,665} \cdot c_a \cdot d + \epsilon_{b,665} \cdot c_b \cdot d \quad (10)$$

und den vier Extinktionskoeffizienten für Chl.a und Chl.b bei 649 nm und 665 nm die Konzentration von Chl.a und Chl.b berechnet werden.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Spektralphotometer NOVASPEC II
- Computer mit Spektrometersoftware
- 2 Küvetten (durchstrahlte Dicke: 10 mm)
- Reibeschale, Pistill, Quarzsand
- Ethanol 99% mit 1% MEK vergällt
- 2 Bechergläser 50 ml und 100 ml
- 1 Mischgefäß 4 ml
- Filterpapier
- Pasteurpipetten
- Mikroliterpipette 750 µl

3.1 Die Abb.2 zeigt den optischen Aufbau des Spektralphotometers NOVASPEC II. Die Lichtquelle LQ sendet weißes Licht in den Eintrittsspalt SP des Monochromators. Dieser besteht aus dem Beugungsgitter G, dem Kondensormspiegel S2 und Kollimatorspiegel S3, sowie dem Filter F zum Ausblenden höherer Beugungsordnungen. Der Austrittsspalt wird durch die Lichteintrittsöffnung am Küvettenhalter Kü gebildet. Durch Drehen des Gitters wird Licht definierter Wellenlänge (zwischen 325 und 900 nm) durch die Küvet-

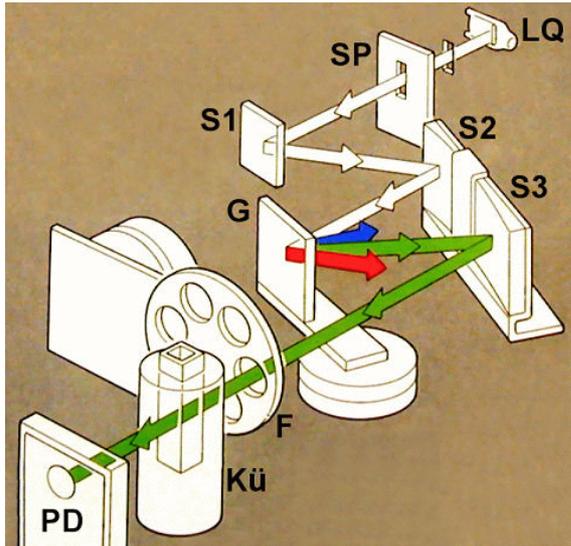


Abb.2: Aufbau des Spektralphotometers

te geschickt, dessen Intensität mit dem Photo-detektor PD gemessen wird.

Das Gerät kann wahlweise Extinktion oder Transmission anzeigen (mit mode-Taste abs bzw. trans auswählen oder im Programm die Betriebsart umschalten).

Nach dem Einschalten wird bei leerem Probenraum als "Transmission" lediglich ein zur gemessenen Intensität proportionaler Wert angezeigt, der von der Wellenlänge abhängt - die Apparatefunktion $T_A(\lambda)$. Sie enthält noch die Einflüsse aller Gerätekomponenten (Lampenspektrum, Reflexionsvermögen des Gitters und der Spiegel, Filterabsorption, Sensorkennlinie).

Mit einer Probe misst man das Spektrum $T_p(\lambda)$. Daraus berechnet sich die (wellenlängenabhängige) Transmission der Probe entsprechend (1) nach

$$T(\lambda) = \frac{T_p(\lambda)}{T_A(\lambda)}. \quad (11)$$

Für die Extinktion gilt entsprechend:

$$E(\lambda) = E_p(\lambda) - E_A(\lambda). \quad (12)$$

Diese Rechnung kann das Gerät selbst durchführen. Um die Transmission bzw. Extinktion eines gelösten Stoffes direkt zu messen, geht man wie folgt vor:

- eine Kuvette mit reinem Lösungsmittel in

den Probenraum bringen,

- wenn nur bei einer Wellenlänge gemessen werden soll: Wellenlänge einstellen und Taste "set ref" drücken,
- wenn ein Spektrum gemessen werden soll: Funktion "base line" starten bzw. im Programm Einstellungen/Basislinie auswählen.

Hierdurch wird die Apparatefunktion gemessen und anschließend entsprechend (11) bzw. (12) auf diese normiert; die Anzeige beträgt danach $T = 100,0 \%$ bzw. $E = 0,000$.

4 Versuchsdurchführung

Zum Umgang mit den Kuvetten:

- Die Oberflächen im optischen Strahlengang müssen klar sein; zerkratzte Kuvetten sind auszusondern.
- Kuvetten nicht an den optischen Flächen berühren!
- nasse Außenflächen vorsichtig trocknen!
- Kuvetten nur bis zur Hälfte füllen (1 ml)!

Vor Beginn der Messungen sollte das Gerät mindestens 5 Minuten eingeschaltet sein (Aufwärmzeit). Alle Messungen werden im Spektralbereich von 400 nm bis 750 nm mit einer Schrittweite von 2 nm durchgeführt.

4.1 Starten Sie das Programm "Spektrometer" erst nach Einschalten des Messgerätes. Zeichnen Sie bei leerem Probenraum im Modus Transmission ein Spektrum auf. Bringen Sie eine Kuvette mit dem Lösungsmittel Ethanol in den Strahlengang und wiederholen Sie die Messung.

Kalibrieren Sie nun das Messgerät, indem Sie eine Basislinie erstellen, und zeichnen Sie anschließend ein drittes Spektrum auf. Durch Umschalten der Betriebsart können die Transmissionsspektren in Extinktionsspektren transformiert werden. Sichern Sie die Ergebnisse durch Speichern oder Ausdrucken!

4.2 Zur Herstellung des Chlorophyll-Rohextraktes werden etwa 0,2 g Blattmasse in der Reibschale mit etwas Quarzsand und einigen

ml Ethanol zerrieben. Dabei werden die Zellen aufgebrochen und das Chlorophyll geht in Lösung. Fügen Sie anschließend weiteres Ethanol hinzu, insgesamt etwa 10 ml. Falten Sie ein Rundfilter zu einer Tüte und filtrieren Sie den Extrakt damit in das kleine Becherglas.

Füllen Sie 1 ml der Lösung in eine Küvette und prüfen Sie die Transmission bei 665 nm. Falls diese kleiner als 2 % ist, verdünnen Sie die Lösung im Becherglas schrittweise mit jeweils 1 ml Ethanol und überprüfen Sie erneut. (Wenn die Transmission zu gering ist, wird die Messung sehr ungenau.)

Messen Sie nun ein vollständiges Extinktionsspektrum.

Diese Messung ist mit den drei Verdünnungen 75 %, 50 % und 25 % zu wiederholen. Zur Herstellung der Verdünnungen sind die auf 750 µl eingestellte Pipette und das Mischgefäß zu verwenden. Küvette und Mischgefäß sind nach jedem Schritt mit wenig Ethanol zu spülen und zu trocknen. Das größere Becherglas dient als Restbehälter zum Verwerfen gebrauchter Lösungen.

5 Auswertung

5.1 Die Spektren aus 4.1 sind zu diskutieren.

5.2 Stellen Sie die Wellenlängen der vier deutlich erkennbaren Maxima in den Spektren fest und ordnen Sie diese den beiden Farbstoffen Chl.a und Chl.b zu.

Die Extinktion in allen vier Maxima ist in Abhängigkeit von der Konzentration graphisch darzustellen und an Hand von Gl. (6) zu diskutieren.

5.3 Löst man das Gleichungssystem (10) nach den Konzentrationen c_a und c_b auf, so erhält man

$$\begin{aligned} c_a &= (13,53 \cdot E_{665} - 5,20 \cdot E_{649}) \text{ mg/l} \\ c_b &= (22,43 \cdot E_{649} - 7,07 \cdot E_{665}) \text{ mg/l} \end{aligned} \quad (13)$$

(Zahlenangaben nach R. J. Ritchie 2006).

Bestimmen Sie für alle Verdünnungen aus den Spektren die Extinktion bei den Wellenlängen 649 nm und 665 nm. Berechnen Sie mit Gl. (13) die Konzentrationen von Chlorophyll a und Chlorophyll b sowie das Verhältnis beider Konzentrationen.

6 Literatur

Hellenthal, W., Physik, Thieme 1988

Trautwein, Kreibitz, Oberhausen: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten. W. de Gruyter, Berlin 1987

R. J. Ritchie, Photosynth. Res. (2006) **89** pp 27-41

7 Kontrollfragen

7.1 Wie kann man mit einem Photometer die Konzentration eines gelösten Stoffes in einer Lösung unabhängig von weiteren gelösten Stoffen bestimmen?

7.2 Warum erscheinen uns Gegenstände bei Beleuchtung mit weißem Licht farbig?

7.3 Wie groß ist die Transmission bei einer Extinktion von $E = 0$, $E = 1$ und $E = 2$?

Röntgenverfahren

O 22

1 Aufgabenstellung

1.1 Messung von Röntgenemissionsspektren einer Molybdän-Anode mit Hilfe eines LiF-Kristalls und Bestimmung der maximalen Quantenenergie der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von der Anodenspannung.

1.2 Bestimmung der Ionendosisleistung der Röntgenröhre.

1.3 Durchleuchtung und Interpretation biologischer Objekte.

2 Physikalische Grundlagen

Bei der diagnostischen Anwendung von Röntgenstrahlen stehen photographische Verfahren bei der Anfertigung von Röntgenaufnahmen noch im Vordergrund. Abgebildet wird das unterschiedliche Absorptionsvermögen verschiedener Gewebe. Diese Unterschiede können durch die Applikation von Kontrastmitteln verstärkt werden. Eine Kontrasterhöhung bei geringen Differenzen in der Absorption erhält man mit computertomographischen Verfahren.

In der medizinischen Forschung kommt der Röntgenstrukturanalyse hervorragende Bedeutung zu. Mit ihrer Hilfe konnte die Tertiärstruktur von Eiweißen und Nukleinsäuren mit einer hohen räumlichen Auflösung ($< 0,3$ nm) bestimmt werden.

2.1 Als Röntgenstrahlen werden Photonen einer Wellenlänge zwischen 0,01 nm und 10 nm bezeichnet. Sie entstehen beim Beschuss einer Anode mit Elektronen, deren Energie 10 keV überschreitet. Beim Aufprall entstehen neben ca. 98% Wärme zwei Arten von Röntgenstrahlung:

Bremsstrahlung: Die auftreffenden Elektronen werden im Kernfeld des Anodenmaterials abgebremst. Die Differenz zwischen den

kinetischen Energien des Elektrons vor und nach der Wechselwirkung wird in Röntgenstrahlung der Frequenz f umgesetzt (Gl. 2). Mit E der kinetischen Energie der Elektronen beim Aufprall auf die Anode nach der Beschleunigung im elektrischen Feld ergibt sich folgende Energiebilanz:

$$E = e \cdot U = \frac{m_e}{2} v_1^2 = E_{ph} + \frac{m_e}{2} v_2^2 \quad (1)$$

mit:

$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C: Elementarladung

U : Anodenspannung

m_e : Elektronenmasse

v_1 : Geschwindigkeit des Elektrons vor dem Aufprall

v_2 : Geschwindigkeit des Elektrons nach dem Aufprall

E_{ph} : Photonenenergie (Energie eines Röntgenstrahlungsquants).

Die Energie eines Strahlungsquants ist

$$E_{ph} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

$h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Ws²: PLANCKSche Konstante

$c = 2,998 \cdot 10^8$ ms⁻¹: Vakuumlichtgeschwindigkeit

f : Frequenz

λ : Wellenlänge

Die Energie wird in diesem Zusammenhang meist in eV (Elektronenvolt) angegeben. 1 eV ist die kinetische Energie, die eine Elementarladung e bei der Beschleunigung durch eine Spannung von 1 V erhält. Die Energie in Joule erhält man folglich, indem man den Wert in eV mit e multipliziert.

Die Bremsstrahlung hat ein kontinuierliches Spektrum mit kurzweiliger Kante (siehe Abb.1). Letztere kommt dadurch zustande, dass die Elektronen beim Aufprall höchstens ihre gesamte kinetische Energie in Röntgenstrahlung umsetzen können (vollständige

Abbremsung, $v_2 = 0$). Die Röntgenstrahlung hat dann eine maximale Energie, die Wellenlänge wird minimal:

$$E_{Ph,max} = e \cdot U = h \cdot f_{max} = h \frac{c}{\lambda_{min}} \quad (3)$$

Charakteristische Strahlung: Beim Aufprall können Anodenatome ionisiert werden. Wenn dadurch eine Leerstelle auf der dem Kern am nächsten liegenden K-Schale entsteht, so wird diese durch Elektronen der L- bzw. M-Schale sofort wieder besetzt und die Energiedifferenz in Form von Röntgenstrahlung abgegeben. Die Photonen (Energiequanten), die während dieser Elektronensprünge frei werden, bezeichnet man als K_α - bzw. K_β -Photonen. Ihre Wellenlängen berechnen sich aus:

$$\lambda_{K\alpha} = \frac{hc}{E_L - E_K} \quad (4)$$

$$\lambda_{K\beta} = \frac{hc}{E_M - E_K}$$

$E_L - E_K$: Differenz der Elektronenenergien der L- und K-Schale,

$E_M - E_K$: Differenz der Elektronenenergien der M- und K-Schale.

Da diese Energiedifferenz charakteristisch für jedes Material ist, wird die Strahlung „charakteristische Strahlung“ genannt. Sie hat ein Linienpektrum, welches die Bremsstrahlung überlagert (siehe Abb.1).

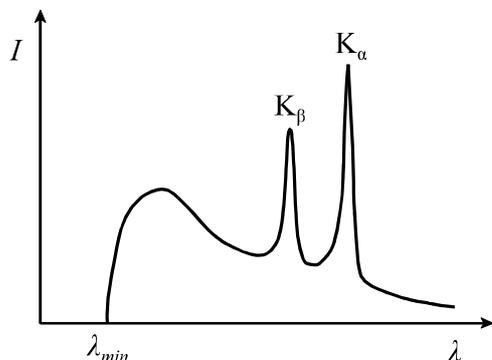


Abb.1: Typisches Röntgenspektrum bestehend aus Bremsstrahlung und charakteristischen Linien des Anodenmaterials

Röntgenbeugung:

Die Wellenlänge von Röntgenstrahlen kann mit Hilfe der Beugung an einem Kristallgitter bei bekanntem Netzebenenabstand bestimmt werden (Röntgen-Spektralanalyse). Umgekehrt werden mit Röntgenstrahlung bekannter Wellenlänge Atomabstände in Kristallgittern gemessen. (BRAGG-Verfahren).

Gemäß dem Huygensschen Prinzip kann jedes Atom des von der Röntgenstrahlung getroffenen Kristalls als Ausgangspunkt einer Elementarwelle betrachtet werden. Die Kristallatome lassen sich in einer Vielzahl von hintereinander liegenden, zur Oberfläche (Spaltfläche) des Kristalls parallelen Ebenen, zusammenfassen. Man nennt diese Ebenen Netzebenen. Im einfachsten Fall lässt sich die Beugung (Diffraktion) von Röntgenstrahlen auf die Reflexion an Netzebenen eines Kristallgitters zurückführen. Jede Netzebene wirkt auf die einfallende Röntgenstrahlung wie ein partieller Spiegel, d. h. ein (sehr kleiner) Teil des auf die Ebene treffenden Röntgenstrahlenbündels wird reflektiert.

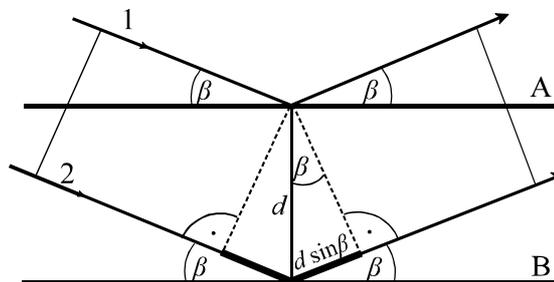


Abb.2: BRAGG-Reflexion

Abb.2 zeigt die grundlegenden Vorgänge bei diesem als BRAGG-Reflexion bezeichneten Vorgang: Die an den Netzebenen A und B reflektierten Strahlen 1 und 2 interferieren miteinander. Konstruktive Interferenz (ein sog. „Reflex“) tritt nur auf, wenn der Gangunterschied der beiden Wellen gleich einem ganzen Vielfachen der Wellenlänge ist:

$$2d \cdot \sin \beta = k \cdot \lambda \quad (5)$$

mit $k = 1, 2, \dots$

Dabei ist k die Beugungsordnung und d der Netzebenenabstand ($d = 0,201$ nm für den

LiF-Kristall). Für die erste Beugungsordnung ($k = 1$) ergibt sich mit Gl. (2):

$$E_{ph} = \frac{hc}{2d \sin \beta} \quad (6)$$

Durch Drehen des Kristalls wird der Einfallswinkel der Röntgenstrahlung und damit auch der Phasenunterschied der interferierenden Strahlen verändert, so dass die Bedingung der konstruktiven Interferenz (5) für jeweils andere Wellenlängen des Primärstrahls erfüllt wird (vergl. Abb.2). Gleichzeitig mit der Rotation des Kristalls muss der Strahlungsempfänger (Zählrohr) unter dem doppelten Bragg-Winkel β mitgeführt werden, so dass immer die Reflexionsbedingung Zählrohrwinkel = $2 \times$ Kristallwinkel erfüllt ist. Damit kann das Spektrum einer Röntgenquelle bestimmt werden.

2.2 Als Dosimetrie bezeichnet man die Messung der Wirkung, die ionisierende Strahlung (Röntgen und radioaktive Strahlung) beim Durchgang durch Materie hervorruft. Diese Wirkung kann entweder über die Menge der in der Materie erzeugten Ionen oder über die von der Materie absorbierte Energie gemessen werden.

Die Ionendosis J ist definiert als Quotient aus der in einem Volumenelement erzeugten Ladung der Ionen eines Vorzeichens ΔQ und der Masse des durchstrahlten Volumenelementes Δm :

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta m} \quad (7)$$

Die Einheit der Ionendosis ist As/kg oder C/kg (die alte Einheit 1 Röntgen = $2,58 \cdot 10^{-4}$ C/kg darf nicht mehr verwendet werden).

Die Energiedosis D ist der Quotient aus der im Volumenelement absorbierten Energie und der Masse des durchstrahlten Volumenelementes Δm :

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta m} \quad (8)$$

ihre Einheit ist das Gray (1 Gy = 1 J/kg). Die biologische Wirkung ionisierender

Strahlung wird durch die Organdosis

$$H = w \cdot D \quad (9)$$

angegeben (auch biologisch bewertete Energiedosis, früher Äquivalentdosis genannt). Die Einheit ist das Sievert (1 Sv = 1 J/kg). w heißt Strahlungs-Wichtungsfaktor; $w = 1$ für Röntgen-, Gamma- und Betastrahlung und $w = 20$ für Alphastrahlung.

Die wirksame Intensität der Röntgenstrahlung ist die Dosis pro Zeit, die als Ionendosisleistung j (Einheit A/kg), Energiedosisleistung d (Einheit Gy/s) bzw. Organdosisleistung h (Einheit Sv/s) bezeichnet wird.

Die Ionendosisleistung wird in einem mit Luft gefüllten Kondensator ("Ionisationskammer") entsprechend Abb.3 gemessen. An den Kondensator wird eine Spannung angelegt, die so groß ist (etwa 100...300 V), dass alle erzeugten Ionen zu den Kondensatorplatten gelangen. Dann ergibt sich die Ionendosisleistung

$$j = \frac{\Delta Q}{\Delta m \Delta t} = \frac{I_C}{m} \quad (10)$$

aus der Stromstärke I_C und der durchstrahlten Luftmasse m . Mit Hilfe der bekannten mittleren Ionisationsenergie der Luftmoleküle kann die Ionendosis in die Organdosis umgerechnet werden; es gilt (für Luft):

$$H = J \cdot 32,5 \frac{\text{Sv}}{\text{As kg}^{-1}} \quad \text{oder} \quad (11)$$

$$h = j \cdot 32,5 \frac{\text{Sv}}{\text{As kg}^{-1}}.$$

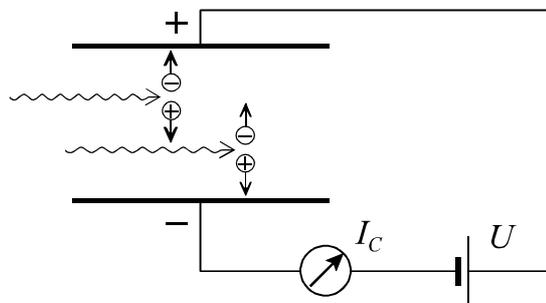


Abb.3: Messung der Ionendosisleistung mit einer Ionisationskammer

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Röntengerät mit Goniometer incl. LiF-Kristall, Zählrohr und Impulsratenmesser
- PC mit Programm "Röntengerät"
- Plattenkondensator mit Röntgenblende für Ionendosismessung
- Spannungsquelle 0...450 V, $R_i = 5 \text{ M}\Omega$
- Strom-Messverstärker
- Vielfachmesser
- Verbindungsleitungen
- Biologische Objekte zur Durchleuchtung

3.1 Das Röntengerät (siehe Abb.4) besitzt ein strahlenabschirmendes Gehäuse, das aus drei getrennten Kammern besteht. Die größte (rechte) Kammer ist der Experimentierraum, der das Goniometer (für Röntgenbeugungsuntersuchungen) oder den Plattenkondensator oder die zu durchleuchtenden Präparate enthält. In der mittleren Kammer befindet sich die Röntgenröhre. Die linke Kammer enthält die mikroprozessorgesteuerte Elektronik mit

den Bedien- und Anzeigeelementen.

Die Schiebetüren und Sichtfenster des Gerätes bestehen aus Bleiglas (**Vorsicht, kratzempfindlich!**).

Erklärung zur Strahlensicherheit:

Das Röntengerät ist so aufgebaut, dass Röntgenstrahlung nur bei geschlossenen Türen von Röhren- und Experimentierraum erzeugt wird. Dabei werden die Grenzwerte der gemäß der Röntgenverordnung außerhalb des Gehäuses zulässigen Strahlung mit mehrfacher Sicherheit unterschritten.

Das Röntengerät ist gemäß der "Verordnung über den Schutz vor Schäden durch Röntgenstrahlen" (Röntgenverordnung-RöV) vom 8.1.1987 bauartlich zugelassen (Zulassungskennzeichen NW 807/97 Rö).

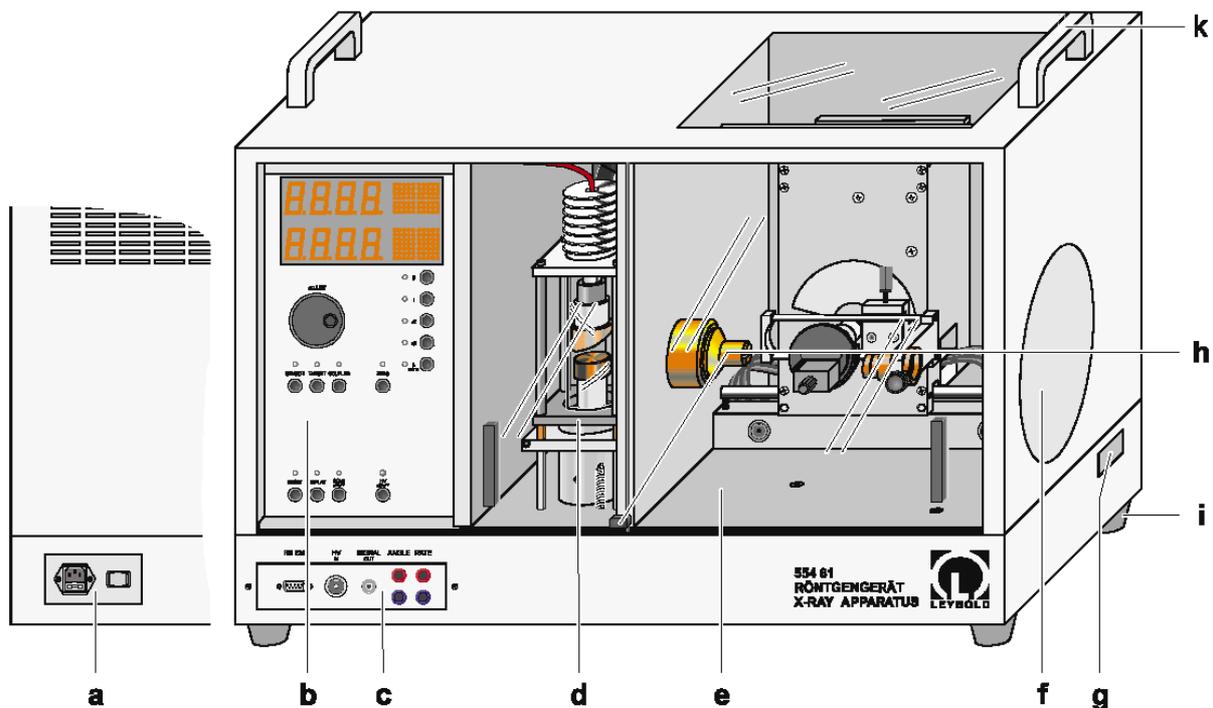


Abb.4: Röntengerät mit Goniometer.

a Netzanschlussfeld (Seite), **b** Bedienfeld, **c** Anschlussfeld, **d** Röhrenraum mit Mo-Röhre, **e** Experimentierraum mit Goniometer, **f** Leuchtschirm, **g** Leerkanal, **h** Verriegelungstaster

3.2 Die Hochspannungsquelle besitzt einen sehr großen Innenwiderstand ($R_i = 5 \text{ M}\Omega$) und ist deshalb berührungsempfindlich. Zur Strommessung dient der Messverstärker mit einem Vielfachmesser als Anzeigergerät.

4 Versuchsdurchführung

Der Versuch darf erst nach Einweisung in die Bedienung des Gerätes und den Versuchsablauf durch den betreuenden Assistenten begonnen werden.

Die in die Kristallhalter fest eingebauten Kristalle sind sehr empfindlich. Bitte berühren Sie diese nicht!

4.1 Zur Aufnahme der Röntgenspektren in BRAGG-Anordnung sind folgende Betriebsparameter einzustellen:

Anodenstrom:	$I = 1,0 \text{ mA}$
Hochspannung:	$U = 20 \dots 35 \text{ kV}$
Messzeit:	$\Delta t = 5 \text{ s}$
Schrittweite:	$\Delta\beta = 0,1^\circ$
Anfangswinkel:	$\beta_{\min} = 4,0^\circ$
Endwinkel:	$\beta_{\max} = 12,0^\circ$

Starten Sie das Computerprogramm „Röntgengerät“.

Die Spektren werden im automatischen Scan-Modus mit 2:1-Kopplung von Zählrohr- und Kristallbewegung („COUPLED“) aufgenommen und auf dem Computerbildschirm dargestellt.

Man beginnt am besten mit der maximalen Beschleunigungsspannung von 35 kV. Durch Drücken des Knopfes „SCAN“ wird die Aufzeichnung eines Spektrums gestartet. Weitere Spektren sind jeweils bei einer Hochspannung von 30 kV, 25 kV und 20 kV aufzunehmen. Alle Spektren werden in die selbe Grafik geschrieben.

4.2 Für die Messung der Ionendosisleistung wird das Röntgengerät mit eingebautem Plattenkondensator benutzt. Vervollständigen Sie die Schaltung gemäß Abb.3! Das Koaxialkabel von der unteren Kondensatorplatte ist mit dem Eingang I des Messverstärkers zu verbinden. Der Masseanschluss \perp des Ver-

stärkers wird mit dem Minuspol und die obere Kondensatorplatte mit dem Pluspol der Spannungsquelle verbunden. Es wird der Messbereich 10^{-9} A verwendet (1 V am Verstärkerausgang entspricht $I = 1 \text{ nA}$) und eine Spannung $U \geq 200 \text{ V}$.

Messen Sie den Ionenstrom I_c bei der maximalen Beschleunigungsspannung von 35 kV und den Anodenströmen 1,0 mA; 0,8 mA; 0,6 mA; 0,4 mA und 0,2 mA.

Notieren Sie den Luftdruck p und die Temperatur T im Röntgengerät.

4.3 Zur Durchleuchtung von Objekten ist das dafür vorbereitete Röntgengerät zu benutzen. Die maximal mögliche Energie wird eingestellt ($U = 35 \text{ kV}$, $I = 1 \text{ mA}$), der Raum muss abgedunkelt werden.

Interpretieren Sie den Schatten der Objekte auf dem Leuchtschirm. Untersuchen Sie die Veränderung des Bildes bei Veränderung des Präparateortes. Sie können auch eigene Objekte (z.B. Taschenrechner, Kugelschreiber) durchleuchten. Vergessen Sie nicht, alle Beobachtungen zu protokollieren!

Nach Beendigung der Untersuchungen muss der Leuchtschirm mit dem zugehörigen Deckel wieder abgedeckt werden.

5 Auswertung

5.1 Die Wellenlängen und die Quantenenergien der charakteristischen Linien K_β und K_α der Molybdänanode sind nach Gleichung (5) bzw. (6) zu bestimmen. Die Quantenenergien sind in keV anzugeben.

Für jede verwendete Anodenspannung U wird die maximale Quantenenergie (in eV) nach (6) aus dem zur jeweiligen kurzwelligen Kante gehörenden Winkel β berechnet. In einer Tabelle sind diese Energien mit der den Elektronen im elektrischen Feld zugeführten Energie $E = e \cdot U$ zu vergleichen.

Im Rahmen der Fehlerbetrachtung ist das Wellenlängen-Auflösungsvermögen des Röntgengerätes abzuschätzen.

5.2 Die Ionendosisleistung j ist nach (10)

aus dem Ionenstrom I_C und der Masse m des durchstrahlten Luftvolumens V zu berechnen und in Abhängigkeit vom Anodenstrom graphisch darzustellen.

Die Luftmasse ergibt sich aus

$$m = \rho \cdot V, \quad \rho = \rho_0 \cdot \frac{T_0 p}{T p_0} \quad (12)$$

mit $V = 125 \text{ cm}^3$, $\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$,
 $T_0 = 273 \text{ K}$ und $p_0 = 1013 \text{ hPa}$.

Die maximale Organdosisleistung h im Röntgengerät (bei $I = 1 \text{ mA}$) ist mit Hilfe von Gl. (11) zu berechnen und in der Einheit Sv/h anzugeben.

5.3 Die Beobachtungen bei der Durchleuchtung von Objekten sind zu protokollieren.

6 Literatur

Fercher, A. F.: Medizinische Physik, Springer, 1992

Haas, U.: Physik für Pharmazeuten und Mediziner, WVG Stuttgart, 2002

7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist das Spektrum einer Röntgenröhre zu erklären, welchen Einfluss haben die Betriebsparameter U und I ?

7.2 Wie wird die biologische Wirkung ionisierender Strahlung gemessen?

7.3 Auf welche Weise schädigen Röntgenstrahlen (wie auch Gammastrahlen) den Organismus und wie kann man sich dagegen schützen?

7.4 Wie kann man Röntgenstrahlung nachweisen?

Kurzanleitung zur Software ORIGIN

Für die Auswertung von Messergebnissen und die Anfertigung grafischer Darstellungen steht in allen Physikpraktika die professionelle Visualisierungs- und Datenanalyse-Software Origin 8.0 zur Verfügung. Die Uni Halle besitzt eine Campuslizenz dieser Software, die sich auch von zuhause aus nutzen lässt. Nähere Informationen hierzu gibt es in Stud.IP und auf den Webseiten des Universitäts-Rechenzentrums.

Der Umgang mit Software ist nicht Gegenstand der Physikausbildung. Origin ist lediglich ein Angebot an Sie. Sie können alle Auswertungen und Grafiken auch von Hand in Tabellen bzw. auf Millimeterpapier anfertigen oder beliebige andere Software (z.B. Microsoft Excel) verwenden.

1. Grundsätzliches

- Alle Daten, Rechnungen und Grafiken werden zusammen in einer Projektdatei gespeichert. Ein leeres Projekt (bei Programmstart) enthält nur die Arbeitsmappe **Book1** mit einer x- und einer y-Spalte zur Eingabe der Daten. Weitere Spalten erzeugt man mittels Rechtsklick in den leeren Bereich oder mit , weitere Arbeitsmappen mit **Datei - Neu...** oder .
- Eine Grafik erhält man am schnellsten, indem man eine oder mehrere y-Spalten markiert (in den Spaltenkopf klicken) und **Zeichnen** wählt oder auf einen der Buttons    klickt.
- Alle Objekte (z.B. Spaltennamen, Beschriftungen von Achsen, Skalierung von Achsen, Aussehen einer Kurve, Legende) kann man bearbeiten, indem man darauf doppelklickt.

2. Arbeitsmappen

- Die Dateneingabe ist Windows-typisch. Weitere Spalten erhält man mit .
- In den Spaltenkopf sollte man immer **Langname** und **Einheiten** eingetragen - sie werden automatisch in die Achsen-Beschriftung und in die Legende einer Grafik übernommen.
- Denominierung von Spalten als x oder y: Rechtsklick in Spaltenkopf und **Setzen Als** auswählen.
- Rechnen mit Spalten: Rechtsklick in Spaltenkopf und **Spaltenwerte errechnen...** wählen.

Syntax:	Spalte A - Spalte B	col(A) - col(B)
	a b / (c + d)	a * b / (c + d)
	x ²	x^2
	√x	sqrt(x)
	e ^x	exp(x)
	π	pi

3. Grafiken

- Verschönern einer Grafik: Doppelklick auf die zu ändernden Dinge (siehe oben).
- Hinzufügen einer weiteren Kurve zu einer bereits existierenden Grafik:
Weg1: in der Arbeitsmappe die zu zeichnenden Spalten auswählen (markieren); in das gewünschte Koordinatensystem ("Layer") klicken; im Menü **Grafik - Diagramm zu Layer hinzufügen** wählen.
- Weg 2: Doppelklick auf das "Layersymbol" **1** links oben im Graph, unter Verfügbare Daten Spalten auswählen, den => Button klicken.
- Hinzufügen eines weiteren Koordinatensystems oder einer zweiten Achse zu einer bestehenden Grafik: **Grafik - Neuer Layer (Achsen)** wählen oder einen der Buttons  drücken.
- Eine Legende hinzufügen oder die bestehende Legende aktualisieren: **Grafik - Legende hinzufügen** wählen oder  drücken.
- Beliebigen Text in eine Grafik schreiben: **T** drücken und in die Grafik klicken. Text formatieren mit Format-Buttonleiste (z.B. hoch, tief, griechisch mit ).
- Werte aus einer Grafik ablesen mit dem Werkzeug Bildschirmkoordinaten .
- Glatte (runde) Kurven durch die Messpunkte zeichnen: Kurve doppelklicken; den Diagrammtyp "Linie + Symbol" wählen; Linie - Verbindung - Spline oder B-Spline einstellen.
- Lineare Regression: **Analyse - Linearer Fit...** wählen. Bei mehreren Kurven vorher im Menü **Daten** die richtige Kurve auswählen. Soll nur ein Teil der Kurve angepasst werden, dann vorher mit den Werkzeugen  und  den Bereich einschränken. Mit **Linearer Fit: Grundpraktikum Standard** wird die Regression sofort ausgeführt, alle Parameter sind bereits für die meisten Anwendungsfälle im Praktikum sinnvoll eingestellt.

4. Ausdruck von Grafiken und Arbeitsmappen

- Prüfen Sie Ihre Grafiken vor dem Ausdruck genau, vermeiden Sie mehrfache Korrekturdrucke! Im Praktikum werden mehrere 10.000 Seiten pro Jahr gedruckt - das kostet Geld und belastet die Umwelt. Arbeitsmappen mit sehr vielen Daten (mehrere Seiten) sollen im Praktikum nicht gedruckt werden. Solche mit nur drei Zahlen können Sie abschreiben!
- Mehrere Grafiken und/oder Arbeitsmappen und Text auf einem A4-Blatt anordnen: **Datei - Neu... Layout** wählen oder  klicken; Rechtsklick auf die Layoutseite um Grafiken oder Arbeitsmappen hinzuzufügen.
-  druckt eine Grafik, Arbeitsmappe oder ein Layout unmittelbar auf ein A4-Blatt.

Hinweise zur Bedienung des Computer-gesteuerten Messwerterfassungssystems Cassy-S

Allgemeines

Cassy-S, ein für die Lehre in Schulen und Universitäten konzipiertes universelles Messwert-Erfassungssystem, besteht aus den drei Microcontroller-gesteuerten Grundgeräten Sensor-Cassy, Power-Cassy und Cassy-Display sowie der Steuer- und Auswertesoftware CassyLab.

Sensor-Cassy ist ein zweikanaliges Messgerät für Strom und Spannung, die mit einer Auflösung von 12 bit (1:4096) und einer maximalen Messrate von 100 kHz (10^5 Messwerte pro Sekunde) erfasst werden. Mit Hilfe von Zubehör (aufzusteckende „Sensorboxen“ und verschiedene Sensoren) können damit fast alle denkbaren physikalischen Größen gemessen werden.

Power-Cassy ist ein Leistungs-Funktionsgenerator, also eine computersteuerbare Strom- oder Spannungsquelle, die bei einer Abtastrate von 100 kHz maximal 10V / 1A liefert.

Cassy-Display ist ein großformatiges Anzeigegerät. Es zeigt gleichzeitig zwei Messwerte an, kann Werte speichern und ermöglicht die Auswahl von Messgröße und Messbereich.

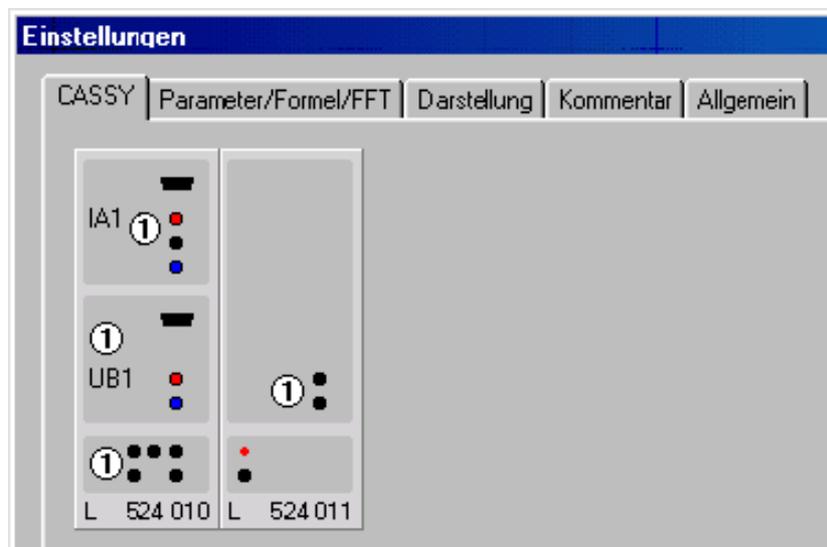
Mehrere der Grundgeräte können zusammengesteckt werden. Sie kommunizieren untereinander über einen eigenen Bus und mit dem Computer über ein serielles Interface.

Die Software CassyLab steuert die Messung, stellt die Messergebnisse in einfacher Weise grafisch dar und bietet viele Möglichkeiten zur mathematischen Auswertung. Die Konfiguration des Messsystems wird vom Programm automatisch erkannt, die Bedienung ist relativ einfach und erfordert nur wenige Grundkenntnisse. CassyLab ist beim Hersteller unter <http://www.ld-didactic.de> frei verfügbar.

Quick Start: Einschalten und Konfigurieren des Systems

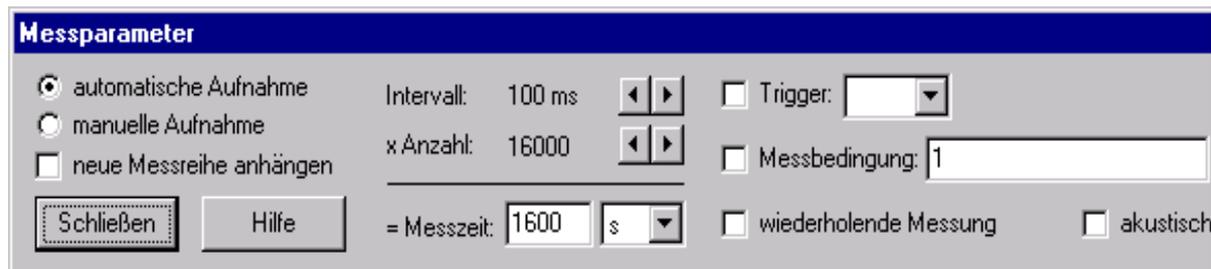
Stellen Sie sicher, dass alle benötigten Cassy-Module zusammengesteckt, mit dem PC verbunden und mit Strom versorgt sind. Starten Sie nun das Programm CassyLab. Der Dialog *Einstellungen*, *Cassy* wird präsentiert und zeigt die vorgefundene Gerätekonfiguration.

Um eine Messung durchzuführen, muss der entsprechende Eingang oder Ausgang ① angeklickt werden. Es erscheint ein Fenster, in dem der Eingang bzw. Ausgang konfiguriert werden kann: Messgröße (falls mehrere möglich sind), Stellgröße (nur bei einem Ausgang), Messbereich (dazu gehört auch Nullpunkt rechts, links oder Mitte) und ggf. weitere Parameter müssen den Erfordernissen entsprechend eingestellt werden.



Nun müssen noch die *Messparameter* eingestellt werden (Button *Messparameter anzeigen* im Fenster *Einstellungen*):

Automatische Aufnahme bedeutet, dass der Computer mehrere Messpunkte nacheinander aufzeichnet.



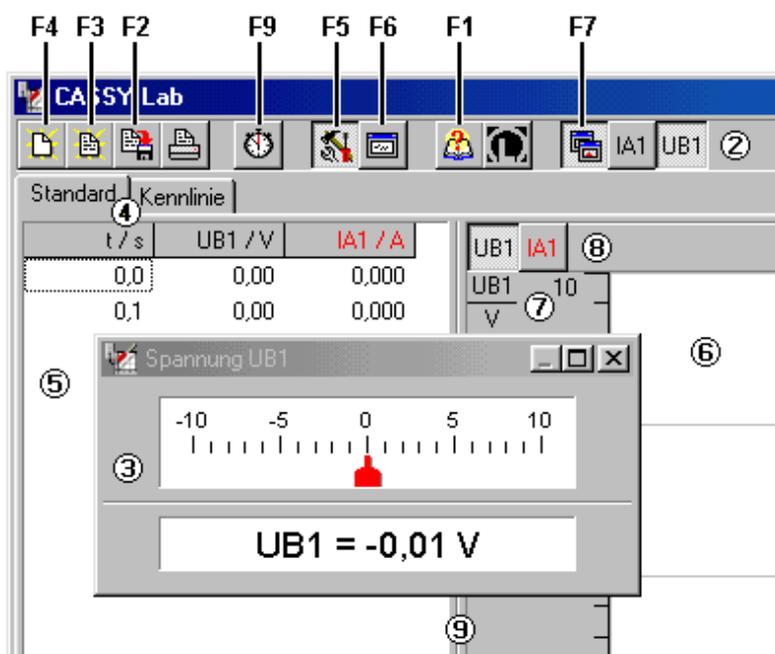
Neue Messreihe anhängen bewirkt, dass in einer Grafik mehrere Messreihen (d. h. Kurven) dargestellt werden können. Die wichtigste Größe, die hier auf einen sinnvollen Wert eingestellt werden muss, ist das *MessIntervall*. Bei 10 μ s werden pro Sekunde 100.000 Messwerte erzeugt! Aus *Intervall* und *Messzeit* ergibt sich die Anzahl der Einzelmessungen. Ist bei *Messzeit* kein Wert eingetragen, so wird eine Messreihe so lange fortgesetzt, bis sie manuell gestoppt wird.

Eine Messreihe kann nun mit F9 oder durch Klick auf  gestartet und beendet werden.

Grundlegende Bedienelemente

Es gibt keine Menüzeile wie in den meisten Programmen üblich. Alle Funktionen lassen sich entweder über die Buttonleiste ② bzw. die zugehörigen Funktionstasten oder über lokale Menüs (Rechts-Klick auf Messwerte, Diagramm, Achsen, Messinstrumente etc.) erreichen.

- ③ Anzeigeinstrument.
Rechts-Klick: Messgröße und Messbereich einstellen
- ④ Umschalten zwischen mehreren *Darstellungen* (definieren in *Einstellungen*)
- ⑤ Messwerte-Tabelle kann editiert werden. Rechts-Klick: Messwerte und Messreihen löschen
- ⑥ Im Diagramm werden Punkte und Kurvenbereiche mit der Maus markiert. Rechts-Klick: Anzeige-Einstellungen, Anmerkungen und Markierungen einfügen, alle mathematischen Auswertungen
- ⑦ Achsen bzw. Skalen können verschoben und mit Rechts-Klick geändert werden
- ⑧ Umschalten zwischen verschiedenen y-Achsen
- ⑨ Trennlinie verschieben



	F4 Neue Messung (aktuelle Messung löschen)
	F3 Gespeicherte Messung (mit allen Einstellungen und Auswertungen) laden
	F2 Aktuelle Messung (mit allen Einstellungen und Auswertungen) speichern
	Diagramm ausdrucken (Bitte drucken Sie keine Tabelle mit 10.000 Werten!!)
	F9 Eine Messreihe starten oder beenden (Einzelmessung bei <i>manueller Aufnahme</i>)
	F5 Das Fenster <i>Einstellungen</i> aufrufen; zweimal drücken für <i>Messparameter</i>
	F6 Inhalt der Statuszeile (z. B. das Ergebnis einer Rechnung) groß darstellen
	F1 Hilfe
	F7 Alle Anzeigeinstrumente ein/aus schalten
	Das Anzeigeinstrument IA1 ein/aus schalten

Tipps und Tricks zu CassyLab

- Klicken Sie mit der rechten Maustaste in das Diagramm um ein Menü mit allen Anzeige- und Auswertefunktionen zu erhalten.
- Mit **Alt+T** fügen Sie Text in das Diagramm ein, dabei ist immer das Ergebnis der letzten Auswertung voreingestellt. Machen Sie viel von dieser Möglichkeit Gebrauch!
- Skalierung der Achsen: Rechts-Klick auf eine Achse.
- Änderung des Messbereiches: Rechts-Klick auf das betreffende Anzeigeinstrument.
- Die Zoom-Funktion wird mit **Alt+Z** aufgerufen, **Alt+A** zeigt wieder alles an.
- In den *Einstellungen* auf der Seite *Parameter/Formel/FFT* kann eine neue physikalische Größe erzeugt werden, die aus Messgrößen berechnet oder manuell in die Wertetabelle eingetragen werden kann. Auf diese Weise kann z. B. aus Strom $I(t)$ und Spannung $U(t)$ der Widerstand $R(t)$ als Funktion der Zeit berechnet werden, oder aus dem gemessenen Weg $s(t)$ durch Differentiation die Geschwindigkeit. Die Regeln für die Eingabe von Formeln finden Sie in der Hilfe.
- Zusätzliche Diagramme können in den *Einstellungen* auf der Seite *Darstellung* als „*neue Darstellung*“ angelegt werden. Beispiel: Sie messen die Temperaturen T_1 und T_2 als Funktion der Zeit; dann können Sie in einem weiteren Diagramm T_2 als Funktion von T_1 darstellen.
- Die Auswertefunktionen (z. B. Mittelwertbildung, Regressionsanalyse, Integration) sind ausführlich in der Hilfe zum Programm dokumentiert. Jede mathematische Auswertung bezieht sich immer auf einen Kurvenbereich, der mit der Maus markiert werden muss.
- Das Programm ist frei verfügbar (s.o.), Sie können Ihre Messergebnisse aus dem Praktikum (*.lab Dateien) auch am eigenen PC zuhause oder im Computerpool auswerten. Messwerte können als *.txt Dateien exportiert werden (mit F2 speichern und Dateityp ASCII Export auswählen) und mit anderen Programmen (Origin, Excel, ...) importiert werden.

Einige Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	=	$2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ $\approx 300\,000 \text{ km/s}$
Gravitationskonstante	γ	=	$6,673\,9 \cdot 10^{11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Elementarladung	e_0	=	$1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektronenruhemasse	m_e	=	$9,109\,389\,7 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Atomare Masseneinheit	u	=	$1,660\,277 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
elektrische Feldkonstante (Dielektrizitätskonstante des Vakuums)	ϵ_0	=	$8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ A s V}^{-1} \text{ m}^{-1}$
magnetische Feldkonstante (Permeabilität des Vakuums)	μ_0	=	$1,256\,637\,1 \cdot 10^{-6} \text{ V s A}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Planck-Konstante (Planckschen Wirkungsquantum)	h	=	$6,626\,075\,5 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ $= 4,135\,7 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$
Avogadro-Konstante	N_A	=	$6,022\,136\,7 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmann-Konstante	k	=	$1,380\,658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Gaskonstante	R	=	$8,314\,510 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Faraday-Konstante	F	=	$9,648\,4 \cdot 10^4 \text{ As/mol}$